

*П. М. АНДРЕНКО, О. В. ДМИТРІЄНКО, К. О. КУЛІНІЧ, В. В. ЕНДЕКО*

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КЛАПАНА РОЗВАНТАЖЕННЯ З РЕГУЛЬОВАНИМ ГІСТЕРЕЗИСОМ UZOR...NHU

Показано конструктивну схему гідравлічного клапана розвантаження з регульованим гістерезисом. Наведено його технічні характеристики та спосіб регулювання гістерезису. Проведено аналіз робочих процесів, що відбуваються в ньому. Це дозволило побудувати його повну математичну модель, при розробці якої крім конструктивних параметрів клапана та гідроаккумулятора враховували параметри робочої рідини, характер зміни витрати навантаження в гідроагрегаті. Запропонований підхід може бути використаний для складання математичних моделей інших гідроапаратів.

**Ключові слова:** клапан розвантаження, математична модель, характеристики, регульований гістерезис, робоча рідина, сила тертя, гідродинамічна сила.

Показана конструктивная схема гидравлического клапана разгрузки с регулируемым гистерезисом. Приведены его технические характеристики и способ регулирования гистерезиса. Проведен анализ рабочих процессов, происходящих в нем. Это позволило построить его полную математическую модель, при разработке которой кроме конструктивных параметров клапана и гидроаккумулятора учитывали параметры рабочей жидкости, характер изменения расхода нагрузки в гидроагрегате. Предложенный подход может быть использован для составления математических моделей других гидроаппаратов.

**Ключевые слова:** клапан разгрузки, математическая модель, характеристики, регулируемый гистерезис, рабочая жидкость, сила трения, гидродинамическая сила.

The constructive scheme of the hydraulic unloading valve with adjustable hysteresis is proposed. Its technical characteristics and the method of regulating hysteresis are given. The analysis of the working processes occurring in it is conducted. This allows to build a complete mathematical model of the valve, developed with taking in to account the parameters of the working fluid, and the character of change of discharge of load in the hydraulic unit as well as the design parameters of the valve and accumulator. The proposed approach can be used to compile mathematical models of other hydraulic devices.

**Key words:** unloading valve, mathematical model, characteristics, adjustable hysteresis, working fluid, friction force, hydrodynamic force.

*А. Я. БОМБА, Ю. Є. КЛИМЮК*

## ПРОГНОЗУВАННЯ ЗМІНИ ХАРАКТЕРИСТИК КУСКОВО-ОДНОРІДНИХ ПОРИСТИХ ЗАВАНТАЖЕНЬ ШВИДКИХ БАГАТОШАРОВИХ ФІЛЬТРІВ

Сформовано математичну модель прогнозування процесу доочистки води від домішок у швидких багатошарових фільтрах при додержанні сталої швидкості фільтрації, що враховує дослідження зміни характеристик кусково-однорідних пористих завантажень. Запропонована модель дозволяє шляхом проведення комп'ютерних експериментів спрогнозувати зміну характеристик кусково-однорідних пористих завантажень, визначити оптимальні варіанти їх використання і збільшення тривалості роботи фільтрів за рахунок вибору їх форми та висоти шарів.

**Ключові слова:** математична модель, прогнозування, процес доочистки води, швидкий багатошаровий фільтр, кусково-однорідне пористе завантаження.

Сформирована математическая модель прогнозирования процесса доочистки воды от примесей в быстрых многослойных фильтрах при соблюдении постоянной скорости фильтрации, которая учитывает исследования изменения характеристик кусочно-однородных пористых загрузок. Предложенная модель позволяет путем проведения компьютерных экспериментов спрогнозировать изменение характеристик кусочно-однородных пористых загрузок, определить оптимальные варианты их использования и увеличение продолжительности работы фильтров за счет выбора их формы и высоты слоев.

**Ключевые слова:** математическая модель, прогнозирование, процесс доочистки воды, быстрый многослойный фильтр, кусочно-однородная пористая загрузка.

A mathematical model for predicting the process of water purification from impurities in rapid multilayer filters with the constant rate of filtration, which takes into account the changes in the characteristics of piecewise-homogeneous porous load, is formulated. Each layer of the load is characterized by its own coefficients of filtration, active porosity and diffusion of impurities in the filtration flow, and the sediment adsorbed on the grains of the load. An algorithm for numerically-asymptotic approximation of solution of the model problem for a filter that has the shape of a curvilinear parallelepiped, bounded by two equipotential surfaces and four flow surfaces, separated by given equipotential surfaces into several subdomains, is developed. The proposed model allows to predict by computer experiments the change in the characteristics of piecewise-homogeneous porous loads, to determine the optimal variants of their use, and to increase the durability of the filters by choosing their shape and height of the layers.

**Key words:** mathematical model, prediction, process of water purification, rapid multilayer filter, piecewise-homogeneous porous load.

*N. P. GIRYA, S. V. DUKHOPELNYKOV*

## MATHEMATICAL MODEL OF H-POLARIZED WAVE RADIATION FROM LONGITUDINAL SLOTS OF A CYLINDRICAL ANTENNA

In the paper mathematical model is developed for straight perfectly conducting circular cylindrical antennas with the finite number of longitudinal slots, in the case of  $H$  – polarized wave. Boundary hyper-singular integral equations of boundary value problem for the Helmholtz equations are introduced in the case the boundary is the cylindrical surface with longitudinal slots. Using the boundary integral equation we construct the discrete mathematical model of the problem of electromagnetic waves radiation from the structure slots, also the numerical experiment is conducted. The near and far fields are plotted for different parameters of the structure.

**Key words:** circular cylindrical antenna, discrete mathematical model, hypersingular integral equation, diffraction problems, method of discrete singularity, electromagnetic waves.

Розглянуто циліндричну антенну структуру, яка має скінченну кількість подовжніх щілин. Розглянуто випадок випромінювання  $H$  – поляризованої хвилі. Отримано граничні гіперсингулярні та сингулярні інтегральні рівняння крайової задачі для рівняння Гельмгольца у випадку, коли границя – це циліндрична поверхня з подовжніми щілинами. На основі граничного інтегрального рівняння побудовано дискретну математичну модель задачі випромінювання електромагнітних хвиль із щілин структури та проведено чисельний експеримент. Побудовані поля у ближній зоні та діаграми розсіяння для різних параметрів структури.

**Ключові слова:** кругова циліндрична антена, дискретна математична модель, гіперсингулярне інтегральне рівняння, щілинна циліндрична антена, метод дискретних особливостей, електромагнітні хвилі.

Рассмотрена цилиндрическая антенная структура кругового сечения, имеющая конечное число продольных щелей. Рассмотрен случай излучения  $H$  – поляризованной волны. Выведены граничные гиперсингулярные и сингулярные интегральные уравнения краевой задачи для уравнения Гельмгольца в случае, когда граница – цилиндрическая поверхность с продольными щелями. На базе граничного интегрального уравнения построена дискретная математическая модель задачи излучения электромагнитных волн из щелей структуры и проведен численный эксперимент. Построены поля в ближней зоне и диаграммы рассеяния для различных параметров электродинамической структуры.

**Ключевые слова:** круговая цилиндрическая антенна, дискретная математическая модель, гиперсингулярные интегральные уравнения, щелевая цилиндрическая антенна, метод дискретных особенностей, электромагнитные волны.

УДК 62-50

*Є. П. ГОМОЗОВ, Т. С. ЗАЙКА*

## ДЕЯКІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЦІНОУТВОРЕННЯ НА ЕНЕРГОРИНКАХ

У роботі обговорюються різні моделі ціноутворення на енергоринках. Наведено огляд різних дискретних та неперервних моделей. Дискретні моделі подані рівняннями в кінцевих різницях з запізненням. Неперервні моделі описуються динамічними системами. Одна з таких моделей удосконалена. Основний результат роботи – запропонована модель визначення рівноважної ціни на енергоринку загального типу. В модель включено хеджування ризиків з використанням портфелю деривативів. Управління параметрами моделі дає змогу обмежити коливання цін біфуркаціями типу народження циклу.

**Ключові слова:** енергоринки загального типу, інтегро-диференціальна система рівнянь, моделі ціноутворення, «енергетичні» похідні фінансові інструменти.

В работе обсуждаются различные модели ценообразования на энергорынках. Приведен обзор различных дискретных и непрерывных моделей. Дискретные модели представлены уравнениями в конечных разностях с запаздыванием. Непрерывные модели описываются динамическими системами. Одна из таких моделей усовершенствована. Основной результат работы – предложена новая интегро-дифференциальная модель определения равновесной цены на энергорынке общего вида. В модель включено хеджирование рисков с использованием портфеля деривативов. Управление параметрами модели позволяет ограничить изменение цен бифуркациями типа рождения цикла.

**Ключевые слова:** энергорынки общего вида, интегро-дифференциальная система уравнений, модели ценообразования, «энергетические» производные финансовые инструменты.

The paper discusses various pricing models in the electricity markets. An overview of various discrete and continuous models is presented. Discrete models are represented by equations in finite differences with delay. Continuous models are described by dynamic systems. One of these models is improved. The main result of the work is proposed new integro-differential model for determining the equilibrium price in the generic electricity market. The model incorporates risk hedging using a portfolio of derivatives. Managing the model's parameters allows to limit the price change by bifurcations of the type of cycle generation.

**Key words:** generic electricity markets, integro-differential equation system, pricing models, "energy" derivative financial instruments.

УДК 519.6

*Є. П. ГОМОЗОВ, М. В. МЕЗЕРНАЯ*

## СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОРТФЕЛЕМ ФИНАНСОВЫХ АКТИВОВ

Приведен обзор существующих на сегодняшний день моделей функционирования финансового рынка. Однако, в силу сложного устройства современного глобального финансового рынка, неоднородной структуры имеющихся финансовых инструментов и трейдеров, использующих разные подходы и временные горизонты, прогнозы, как правило, требуют большого количества наблюдений, плохо работают в окрестностях бифуркаций и не имеют компьютерной модели, которая могла бы строить прогнозы в режиме реального времени. В работе сделан первый шаг по построению комбинированной модели динамического управления портфелем активов.

**Ключевые слова:**  $p$  – адические модели финансового рынка, уравнения в дробных производных, динамическое управление портфелем активов.

Надано огляд існуючих на сьогоднішній день моделей функціонування фінансового ринку. Однак, через складний устрій сучасного глобального ринку, неоднорідну структуру фінансових інструментів, що використовуються, трейдерів, які мають різні погляди та різні часові горизонти, прогнози зазвичай потребують великої кількості спостережень, погано працюють в околі біфуркацій і не мають комп'ютерної моделі, яка мала б змогу робити прогнози у режимі реальної часу. В роботі зроблено перший крок у побудованні комбінованої моделі динамічного керування портфелем активів.

**Ключові слова:**  $p$  – одичні моделі фінансового ринку, рівняння у дробових похідних, динамічне управління портфелем активів.

Надано огляд існуючих на сьогоднішній день моделей функціонування фінансового ринку. Однак, через складний устрій сучасного глобального ринку, неоднорідну структуру фінансових інструментів, що використовуються, трейдерів, які мають різні погляди та різні часові горизонти, прогнози зазвичай потребують великої кількості спостережень, погано працюють в околі біфуркацій і не мають комп'ютерної моделі, яка мала б змогу робити прогнози у режимі реальної часу. В роботі зроблено перший крок у побудованні комбінованої моделі динамічного керування портфелем активів.

**Ключові слова:**  $p$  – одичні моделі фінансового ринку, рівняння у дробових похідних, динамічне управління портфелем активів.

УДК 629.114.2.073.286

*А. П. КОЖУШКО, О. Л. ГРИГОР'ЄВ*

## МОДЕЛЮВАННЯ ПОВ'ЯЗАНИХ КОЛИВАНЬ КОЛІСНОГО ТРАКТОРА ТА ЦИСТЕРНИ З РІДИНОЮ НА ПРЯМОМУ ШЛЯХУ ЗІ СКЛАДНИМ РЕЛЬЄФОМ

Наведено модель коливань колісного трактора та цистерни із рідиною, яка має вільну поверхню. Для перерозподілу рідини у цистерні, що викликаний коливаннями оболонки, використано характеристики поверхневих хвиль Релея. Знайдено спектр частот вільних механічних коливань у дозвуковому діапазоні і проаналізовано відповідні форми взаємопов'язаних рухів елементів трактора та цистерни. Виокремлено групу низькочастотних коливань, шкідливих для здоров'я тракториста, та створено уточнену математичну модель для розрахунку вимушених коливань, що виникають під час довготривалого руху по прямій дорозі. Запропоновано для математичного тестування динамічних якостей транспортного засобу описувати рельєф дороги двома гармоніками – короткою та довгою синусоїдальною хвилею. Розроблено метод визначення довжини короткої хвилі, що призводить до резонансного збільшення амплітуди коливань рідини та кабіни трактора.

**Ключові слова:** колісний трактор, цистерна, вільна поверхня рідини, механічні коливання, спектр частот, власна форма.

Описана модель коливань колесного трактора і цистерни з жидкістю, маючої вільну поверхню. Для перерозподілення жидкості в цистерні, викликаного коливаннями оболонки, використані характеристики поверхневих хвиль Релея. Знайдено спектр частот вільних механічних коливань в дозвуковому діапазоні та проаналізовані форми взаємозв'язаних рухів елементів трактора і цистерни. Виділена група низькочастотних коливань, шкідливих для здоров'я тракториста, і створена уточнена математична модель для розрахунку змушених коливань, що виникають при довготривалому русі по прямій дорозі. Предложено для математичного тестування динаміки транспортного засобу описувати рельєф дороги двома гармоніками – короткої і довгої синусоїдальної хвилі. Вказано метод визначення довжини хвилі, що призводить до резонансного збільшення амплітуди коливань жидкості і кабіни трактора.

**Ключові слова:** колесний трактор, цистерна, вільна поверхня, механічні коливання, спектр частот, власна форма.

The model describes oscillations of a wheeled tractor and a tank with liquid having free surface. For the redistribution of fluid in the tank, caused by vibrations of the shell, the characteristics of Rayleigh surface waves are used. The frequency spectrum of free mechanical vibrations in the subsonic range is found and the forms of interrelated movements of the tractor and tank elements are analyzed. A group of low-frequency oscillations harmful to the health of the tractor driver is identified, and a refined mathematical model is created to calculate the forced oscillations that occur during long-term traffic on a straight road. It is proposed for mathematical testing of vehicle dynamics to describe the road terrain by two harmonics with long and short wavelengths. A method is developed for determining the wavelength leading to the resonant increase in the amplitude of oscillations of the fluid and tractor cabin.

**Key words:** wheeled tractor, cistern, free surface, mechanical vibrations, frequency spectrum, eigenform.

УДК 006.9:53.089.68:543

*І. М. КОРЖОВ*

## ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ ТЕОРІЇ І ПРАКТИКИ КОНТРОЛЮ ТА ДІАГНОСТУВАННЯ В РОЗРІЗІ ПЕРЕВІРКИ КВАЛІФІКАЦІЇ ЛАБОРАТОРІЙ

Розглянуто перспективи розвитку теорії та практики контролю та діагностування складних промислових об'єктів шляхом підвищення точності вимірювань, що забезпечується принципом єдності вимірювання в Україні, для забезпечення якого є необхідним організація та проведення перевірок кваліфікацій калібрувальних, повірочних, випробувальних лабораторій. Розглянуто світовий стан, тенденції, перспективи перевірки кваліфікації та міжлабораторних порівнянь результатів калібрувальних, повірочних, випробувальних лабораторій. Розглянуті основні вимоги міжнародних нормативних документів у сфері перевірки кваліфікації щодо учасників програм перевірки кваліфікації та провайдерів перевірки кваліфікації, також розглянуті основні питання щодо переваг та необхідності перевірки кваліфікації, її сучасний стан в Україні та перспективи розвитку. Наведені результати діяльності Державного підприємства «Харківстандартметрологія» в якості провайдера перевірки кваліфікації згідно з міжнародним стандартом EN ISO/IEC 17043 «Conformity assessment – General requirements for proficiency testing» («Оцінка відповідності. Загальні вимоги до перевірки кваліфікації») та допоміжні статистичні інструменти, що надає зазначений провайдер перевірки кваліфікації для аналізу та підтримки якості метрологічних послуг, що надають учасники програм перевірки кваліфікації. Викладений матеріал може бути корисним для подальшого розвитку теорії та практики контролю та діагностування складних промислових об'єктів, для використання персоналом калібрувальних, повірочних, випробувальних лабораторій України та для виробників засобів, приладів, систем контролю та діагностування складних промислових об'єктів з точки зору вибору постачальника якісних метрологічних послуг для досягнення цілей підвищення точності та надійності своєї продукції.

**Ключові слова:** єдність вимірювань, перевірка кваліфікації, EN ISO/IEC 17043, провайдер перевірки кваліфікації, міжлабораторні порівняння, координатор.

Рассмотрены перспективы развития теории и практики контроля и диагностирования сложных промышленных объектов путем повышения точности измерений, обеспечивающиеся принципом единства измерения в Украине, для обеспечения которого необходимо организация и проведение проверок квалификации калибровочных, поверочных, испытательных лабораторий. Рассмотрены мировое состояние, тенденции, перспективы проверки квалификации и межлабораторных сравнений результатов калибровочных, поверочных, испытательных лабораторий. Рассмотрены основные требования международных нормативных документов в области проверки квалификации в отношении участников программ проверки квалификации и провайдеров проверки квалификации, также рассмотрены основные вопросы о преимуществах и необходимости проверки квалификации, её современное состояние в Украине и перспективы развития. Приведены результаты деятельности Государственного предприятия «Харьковстандартметрология» в качестве провайдера проверки квалификации в соответствии с международным стандартом EN ISO/IEC 17043 «Conformity assessment – General requirements for proficiency testing» («Оценка соответствия. Общие требования к проверке квалификации») и вспомогательные статистические инструменты, которые предоставляет указанный провайдер проверки квалификации для анализа и поддержки качества метрологических услуг, предоставляемых участниками программ проверки квалификации. Изложенный материал может быть полезным для дальнейшего развития теории и практики контроля и диагностирования сложных промышленных объектов, для использования персоналом калибровочных, поверочных, испытательных лабораторий Украины и для производителей средств, приборов, систем контроля и диагностирования сложных промышленных объектов с точки зрения выбора поставщика качественных метрологических услуг для достижения целей повышения точности и надежности своей продукции.

**Ключевые слова:** единство измерений, проверка квалификации, EN ISO/IEC 17043, провайдер проверки квалификации, межлабораторные сравнения, координатор.

The prospects of development of the theory and practice of control and diagnostics of complex industrial objects by increasing the accuracy of measurements, which is ensured by the principle of unity of measurement in Ukraine, are considered. To ensure the unity of measurement in Ukraine, it is necessary to organize and conduct inspections of proficiency of calibration, verification, and testing laboratories. The world situation, trends, prospects of proficiency testing and interlaboratory comparisons of the results of calibration, verification, testing laboratories are considered. The main requirements of the international proficiency testing regulations regarding proficiency testing program participants and proficiency testing providers are considered. The main questions regarding the advantages and necessity of proficiency testing, its current state in Ukraine, and prospects of development are considered. The results of the activity of the State Enterprise «Kharkivstandardmetrology» as the proficiency testing provider in accordance with the international standard EN ISO/IEC 17043 "Conformity assessment – General requirements for proficiency testing" and the auxiliary statistical tools provided by the specified proficiency testing provider for the analysis and quality assurance of metrological services are discussed. The presented material may be useful for further development of the theory and practice of control and diagnostics of complex industrial objects, for use by personnel of calibration, verification, testing laboratories of Ukraine, and for manufacturers of tools, devices, systems of control and diagnostics of complex industrial objects in terms of choosing the provider of quality metrological services.

**Key words:** unity of measurement, proficiency testing, EN ISO/IEC 17043, proficiency testing provider, interlaboratory comparison, coordinator.

УДК 534.1:539.3

*В. П. ОЛЬШАНСЬКИЙ, С. В. ОЛЬШАНСЬКИЙ*

## КОЛИВАННЯ БАЛКИ З БІНАРНИМ ЗАКРІПЛЕННЯМ КРАЇВ ПРИ ІМПУЛЬСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Описано динамічне згинання балки короткочасним силовим імпульсом, симетрично розподіленим по її довжині. Розглянуто варіант спеціального закріплення країв, при якому граничні умови залежать від напрямку очікуваного повороту торців балки. Припускається, що під час дії зовнішнього навантаження, та деякий час після нього, кінці балки жорстко затиснуті, а при згинанні розвантаженої балки у протилежний бік вони вільно обіперті, тобто відбувається зміна крайових умов у процесі руху. Цей процес поділено на два етапи. На першому з них розв'язок задачі динаміки розкладено в ряд за формами вільних коливань балки з затиснутими краями, при яких переміщення і кути повороту країв дорівнюють нулю. На другому етапі переміщення і згинальні моменти

розкладено в ряд синусів, що задовольняє умовам вільного опирання країв, та реалізовано зшивання розв'язків. Проведені розрахунки показали, що при дії рівномірно розподіленого по довжині балки імпульсу малої тривалості порівняно з періодом основного тону коливань, амплітуда прогину в бік дії навантаження менша за амплітуду переміщення розвантаженої балки у протилежному напрямі, при її вільних коливаннях. Це стосується і амплітуд згинальних моментів по середині балки. Вказаний динамічний ефект, властивий системам з несиметричною характеристикою пружності, пов'язаний з тривалістю дії зовнішнього імпульсу на балку.

**Ключові слова:** силовий імпульс, згинання балки, бінарне закріплення країв, динамічний ефект несиметрії характеристики пружності.

Описан динамический изгиб балки кратковременным силовым импульсом, симметрично распределенным по ее длине. Рассмотрен вариант специального закрепления краев, при котором граничные условия зависят от направления ожидаемого поворота торцов балки. Предполагается, что во время действия внешнего нагружения и некоторое время после него, концы балки жестко защемлены, а при изгибе разгруженной балки в противоположную сторону они свободно оперты, то есть происходит изменение граничных условий в процессе движения. Этот процесс разделен на два этапа. На первом из них решение задачи динамики разложено в ряд по формам свободных колебаний балки с защемленными краями, при которых перемещения и углы поворота краев равны нулю. На втором этапе перемещения и изгибающие моменты разложено в ряд синусов, что удовлетворяет условиям свободного опирания краев, и реализовано приспособывание построенных решений. Проведенные расчеты показали, что при действии равномерно распределенного по длине балки импульса малой продолжительности по сравнению с периодом основного тона колебаний, амплитуда прогиба в сторону действия нагрузки меньшая, нежели амплитуда перемещения разгруженной балки в противоположную сторону, при ее свободных колебаниях. Это касается и амплитуд изгибающих моментов по середине балки. Указанный динамический эффект, свойственный системам с несимметричной характеристикой упругости, связан с продолжительностью действия внешнего импульса на балку.

**Ключевые слова:** силовой импульс, изгиб балки, бинарное закрепление краев, динамический эффект несимметрии характеристики упругости.

The dynamic bending of a beam by a short-time force pulse symmetrically distributed along its length is described. An option of special fixing of the edges is considered in which the boundary conditions depend on the direction of the expected turning of the ends of the beam. It is assumed that during the action of external loading and for some time thereafter, the ends of the beam are tightly fixed, and when bending the unloaded beam in the opposite direction they are loosely restrained, that is, there is a change in the boundary conditions in the course of motion. This process is divided into two stages. At the first of these the solution to the dynamic problem is decomposed into a series of forms of free oscillations of the beam with fixed edges, under which conditions the displacements and the angles of the edges are equal to zero. At the second stage the displacements and bending moments are decomposed into a series of sines, which satisfies the conditions of free support of the edges. The solutions obtained at each stage are then "stitched" together. The performed calculations show that with the action of a pulse uniformly distributed along the length of the beam, of a small duration in comparison with the period of the main tone of oscillation, the amplitude of the deflection in the direction of the action of the load is smaller than the amplitude of displacement of the unloaded beam in the opposite direction during its free oscillations. This also applies to the amplitudes of bending moments in the middle of the beam. The indicated dynamic effect inherent in systems with asymmetric characteristics of elasticity is related to the duration of the action of the external impulse on the beam.

**Key words:** force impulse, bending of beam, binary fixing of edges, dynamic effect of asymmetry of elasticity characteristics.

УДК 534.1:539.3

**В. П. ОЛЬШАНСЬКИЙ**

## ПРО УДАР В'ЯЗКО-ПРУЖНОГО ТІЛА ОБ ЖОРСТКУ ПЕРЕШКОДУ

Проведено математичне моделювання удару в'язко-пружного тіла з невеликою швидкістю об нерухому абсолютно жорстку перешкоду. В основу моделі покладено теорію удару, запропоновану Г. Герцем, але додатково враховано втрати енергії при деформуванні одного із тіл. Аналітичний розв'язок нелінійної задачі виражено через затабульовану двохзначну функцію Ламберта від'ємного аргументу. Показано, що максимум зусилля удару досягається раніше, ніж максимум зближення тіл при їх стисканні, а коефіцієнт відновлення швидкості залежить від початкової швидкості зіткнення тіл. Він зменшується зі зростанням цієї швидкості.

**Ключові слова:** нормальний удар, в'язко-пружне тіло, абсолютно жорстка перешкода, еліптична площадка контакту, коефіцієнт відновлення швидкості, нелінійне диференціальне рівняння, аналітичний розв'язок.

Проведено математическое моделирование удара вязко-упругого тела с небольшой скоростью о неподвижное абсолютно жесткое препятствие. В основу модели положена теория удара, предложенная Г. Герцем, но дополнительно учтены потери энергии при деформировании одного из тел. Аналитическое решение нелинейной задачи выражено через затабулированную двухзначную функцию Ламберта отрицательного аргумента. Показано, что максимум усилия удара достигается раньше, нежели максимум сближения тел при сжатии, а коэффициент восстановления скорости зависит от начальной скорости столкновения тел. Он уменьшается с увеличением этой скорости.

**Ключевые слова:** нормальный удар, вязко-упругое тело, абсолютно жесткое препятствие, эллиптическая площадка контакта, коэффициент восстановления скорости, нелинейное дифференциальное уравнение, аналитическое решение.

Mathematical modeling of the impact of a low speed visco-elastic body on a fixed absolutely rigid obstacle is carried out. The model is based on the theory of impact proposed by G. Hertz, but additionally takes into account the loss of energy during the deformation of one of the bodies. The analytical solution of the non-linear problem is expressed in terms of the negative-argument tabulated two-valued Lambert function. It is shown that the maximum impact force is reached earlier than the maximum approach of the bodies during compression, and the coefficient of speed recovery depends on the initial velocity of the bodies colliding. It decreases as speed increases.

**Key words:** normal impact, visco-elastic body, absolutely rigid obstacle, elliptical contact area, speed recovery factor, nonlinear differential equation, analytical solution.

УДК 519.816

**С. П. ОНИЩЕНКО, А. И. ЛЕОНТЬЕВА**

## ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОПТИМИЗАЦИИ СОСТАВА ПРОГРАММЫ РАЗВИТИЯ В УСЛОВИЯХ «НЕЧЕТКОСТИ» УСЛОВИЙ И РЕЗУЛЬТАТОВ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЕКТОВ

Рассматривается модель формирования оптимального состава программы. По своей структуре и содержанию модель учитывает основные параметры и отражает основные требования, которые предъявляются к программам развития. В частности, в качестве целевой функции предлагается использовать «ценность» программы. Одним из «узких» мест практической реализации предлагаемой модели является сложность в установлении композиции функций принадлежности множеств проектов в различных комбинациях и «дефазификация» полученных значений в рамках оптимизационной модели. Потому в рамках данного исследования продемонстрирован прием, позволяющий избежать указанной процедуры и обеспечивающий сведение исходной модели к модели, детерминированной с одновременным снижением ее размерности.

**Ключевые слова:** программа, проект, ценность, управление содержанием, модель, нечеткие множества.

Розглядається модель формування оптимального складу програми. За своєю структурою і змістом модель враховує основні параметри і відображає основні вимоги, які пред'являються до програм розвитку. Зокрема, в якості цільової функції пропонується використовувати «цінність» програми. Одним з «вузьких» місць практичної реалізації запропонованої моделі є складність у встановленні композиції функцій приладдя множини проектів в різних комбінаціях і «дефазифікація» отриманих значень в рамках оптимізаційної моделі. Тому в рамках даного дослідження продемонстрований прийом, що дозволяє уникнути

ти зазначеної процедури і забезпечує зведення вихідної моделі до моделі детермінованої з одночасним зниженням її розмірності.

**Ключові слова:** програма, проект, цінність, управління змістом, модель, нечіткі множини.

The model of formation of the optimal development program composition is considered. The model takes into account the basic parameters and reflects the main requirements for development programs. In particular, it is proposed to use the program's "value" as an optimization criterion. One of the "narrow" places for the practical implementation of the proposed model is the difficulty in establishing the composition of the functions of belonging to the set of projects in various combinations and "defuzzification" the obtained values within the optimization model. Therefore, in this study, a special technique has been demonstrated which makes it possible to avoid this procedure and ensures that the original model is reduced to a deterministic model while simultaneously reducing its dimension. Experimental verification of a model using fuzzy values was successfully carried out and the following results were obtained: the model was confirmed to be correct and the results obtained on its basis were proved to be reliable; the procedure of operating with fuzzy data outside the model and the use of "defuzzified" values for further optimization was demonstrated; the possibility of reducing the dimension of the original problem on the basis of a preliminary analysis of the initial data for the model was demonstrated; the flexibility of modeling and the possibility of moving from one form of the model to another with the help of aggregation and change of variables, which allows to operate with standard optimization applications in the absence of special software, was demonstrated as well.

**Key words:** program, project, value, program score management, model, fuzzy sets.

УДК 519.6

*Ю. І. ПЕРШИНА, Т. Т. ЧЕРНОГОР, С. О. САПРИКІН*

### НАБЛИЖЕННЯ РОЗРИВНИХ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ МЕТОДОМ МІНІМАКСУ

Запропоновано метод, за допомогою якого можна наблизити функцію двох змінних з розривами першого роду розривним білінійним сплайном, використовуючи метод мінімаксу. Вважається, що розриви функції, яку наближуємо, лежать на прямих, паралельних осям координат. В подальшому планується узагальнити цей метод на випадок, коли вузли сплайну не співпадають з точками розриву функції. Запропонований метод можна буде використати для відновлення внутрішньої структури об'єктів, що мають різну щільність, в медичних, геологічних, космічних та інших дослідженнях.

**Ключові слова:** розривна функція, сплайн, метод мінімаксу, розрив першого роду, апроксимація, інтерполяція.

Предложен метод, с помощью которого можно приблизить функцию двух переменных с разрывами первого рода разрывным билинейным сплайном, используя метод минимакса. Считается, что разрывы функции, которую приближаем, лежат на прямых, параллельных осям координат. В дальнейшем планируется обобщить этот метод на случай, когда узлы сплайна не совпадают с точками разрыва функции. Предложенный метод можно будет использовать для восстановления внутренней структуры объектов, имеющих различную плотность, в медицинских, геологических, космических и других исследованиях.

**Ключевые слова:** разрывная функция, сплайн, метод минимакса, разрыв первого рода, аппроксимация, интерполяция.

The article suggests a method for approximating a function of two variables with discontinuities of the first kind by a discontinuous bilinear approximation spline. The spline of the best approximation is considered to be the spline, which on each rectangular element has the smallest maximum deviation from the function that we approximate. It is supposed that the discontinuities of the function that we are approaching lie on the straight lines parallel to the axes of coordinates. In the future we plan to generalize this method to the case when the spline nodes do not coincide with the points of discontinuity of the function. The proposed method can be used to restore the internal structure of objects with different densities in medical, geological, space, and other studies.

**Key words:** discontinuous function, spline, minimax method, discontinuity of the first kind, approximation, interpolation.

УДК 629.7.05

*Ю. А. ПЛАКСИЙ, І. О. ГОМОЗКОВА*

### НОВІ ДВОЧАСТОТНІ ЕТАЛОННІ МОДЕЛІ ОБЕРТАННЯ ТВЕРДОГО ТІЛА ДЛЯ ТОЧНОГО АНАЛІЗУ АЛГОРИТМІВ ОРІЄНТАЦІЇ БІНС

Запропоновано нові аналітичні представлення розв'язків рівнянь обертання твердого тіла і основані на них неперервні двочастотні еталонні моделі обертання. Отримано аналітичні залежності для квазікоординат і компонент кватерніона, що відповідають такому обертальному руху. Для декількох наборів параметрів отримано чисельні реалізації моделей і проведено чисельний аналіз поведінки оцінки похибки дрейфу для алгоритму орієнтації третього порядку. Показано, що тестовий обертальний рух на основі двочастотних еталонних моделей приводить до значно більшої похибки визначення орієнтації, ніж це має місце при регулярній прецесії.

**Ключові слова:** кватерніон, еталонна модель, тестовий рух, квазікоординати, траєкторії в конфігураційному просторі, алгоритм орієнтації, похибка дрейфу.

Предложены новые аналитические представления решений уравнений вращения твердого тела и основанные на них непрерывные двухчастотные эталонные модели вращения. Получены аналитические зависимости для квазикоординат и кватерниона, соответствующего такому вращательному движению. Для нескольких наборов параметров получены численные реализации моделей и проведен численный анализ поведения оценки погрешности дрейфа для алгоритма ориентации третьего порядка. Показано, что тестовое вращательное движение на основе двухчастотных эталонных моделей приводит к значительно большей погрешности определения ориентации, нежели это имеет место при регулярной прецессии.

**Ключевые слова:** кватернион, эталонная модель, тестовое движение, квазикоординаты, траектории в конфигурационном пространстве, алгоритм ориентации, погрешность дрейфа.

New analytical representations of solutions of the equations of rigid body rotation and continuous two-frequency reference models of rotation based on them are proposed. Analytical dependences are obtained for the quasi-coordinates and the quaternion corresponding to such rotational motion. For several sets of parameters the models are implemented numerically and the behaviour of the drift error for the third-order orientation algorithm is numerically analyzed. It is shown that the test rotational motion based on the two-frequency reference models leads to a much larger error in determining orientation than is the case with regular precession.

**Key words:** quaternion, reference model, test motion, quasicordinates, trajectories in configuration space, algorithm of orientation, drift error.

UDC 517.968

*T. S. POLYANSKAYA, O. O. NAVOKA*

### NUMERICAL SOLUTION OF FIRST KIND SINGULAR INTEGRAL EQUATION WITH HILBERT-TYPE MULTIPLE INTEGRAL

In the paper a first kind singular integral equation containing a Hilbert-type double integral over the domain  $[0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$  is studied. The necessary conditions providing solvability of this equation are given. The equation studied is discretized under additional assumptions by the method of discrete singularities. The

unique solvability of the discrete problem obtained is proved. The speed of convergence of the solution of the discrete problem to the exact solution of the initial singular integral equation is estimated.

**Key words:** singular integral equation, method of discrete singularities.

Досліджено сингулярне інтегральне рівняння першого роду з подвійним інтегралом типу Гільберта, у випадку, коли областю інтегрування є добуток  $[0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$ . Наведено необхідні умови, за яких це рівняння має розв'язок. Проведено дискретизацію рівняння, що вивчається, за додаткових умов на основі метода дискретних особливостей. Доведена однозначна розв'язність дискретної задачі і дана оцінка швидкості збіжності розв'язку цієї задачі до точного розв'язку заданого сингулярного інтегрального рівняння.

**Ключові слова:** сингулярне інтегральне рівняння, метод дискретних особливостей.

Рассмотрено сингулярное интегральное уравнение первого рода с двукратным интегралом типа Гильберта, когда область интегрирования является произведением  $[0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$ . Приведены необходимые условия разрешимости этого уравнения. Проведена дискретизация рассматриваемого уравнения с дополнительными условиями на основе метода дискретных особенностей. Доказана однозначная разрешимость дискретной задачи и дана оценка скорости сходимости решения этой задачи к точному решению заданного сингулярного интегрального уравнения.

**Ключевые слова:** сингулярное интегральное уравнение, метод дискретных особенностей.

УДК 621.923

**В. И. ПОЛЯНСКИЙ**

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ УПРУГИМИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯМИ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ

На основе разработанной математической модели управления упругими перемещениями при механической обработке показано, что с точки зрения повышения производительности и точности размера обработки при точении с низкой жесткостью технологической системы целесообразно съём припуска производить за один проход инструмента или использовать упругую схему шлифования с фиксированным радиальным усилием. Для достижения высокой точности формы обрабатываемой поверхности и повышения производительности обработки необходимо съём припуска производить по схемам многопроходной обработки абразивными и лезвийными инструментами. Аналитически установлена эффективность применения в этом случае лезвийной обработки, в особенности инструментами из синтетических сверхтвёрдых материалов, обеспечивающих снижение интенсивности трения в зоне резания и соответственно повышение точности и производительности обработки по сравнению с процессом шлифования.

**Ключевые слова:** упругое перемещение, технологическая система, точность обработки, производительность обработки, точение, шлифование, инструмент, трение.

На основі розробленої математичної моделі управління пружними переміщеннями при механічній обробці показано, що з точки зору підвищення продуктивності та точності розміру обробки при точінні з низькою жорсткістю технологічної системи доцільно зняття припуску здійснювати за один прохід інструменту або використовувати пружну схему шліфування з фіксованим радіальним зусиллям. Для досягнення високої точності форми оброблюваної поверхні та підвищення продуктивності обробки необхідно зняття припуску здійснювати за схемами багатопрхідної обробки абразивними та лезовими інструментами. Аналітично встановлено ефективність застосування в цьому випадку лезової обробки, особливо інструментами з синтетичних надтвердих матеріалів, що забезпечують зниження інтенсивності тертя в зоні різання й відповідно підвищення точності та продуктивності обробки порівняно з процесом шліфування.

**Ключові слова:** пружне переміщення, технологічна система, точність обробки, продуктивність обробки, точіння, шліфування, інструмент, тертя.

Based on the developed mathematical model of controlling elastic displacements during machining, it is shown that from the point of view of increasing productivity and precision of machining size when turning with low rigidity of the technological system, it is advisable to remove the allowance in one tool pass or use an elastic grinding scheme with fixed radial force. To achieve high accuracy of the shape of the surface processed and to increase the productivity of the treatment, it is necessary to remove the allowance using multi-pass processing schemes with abrasive and blade tools. Calculations established the effectiveness of blade cutting in this case, especially with tools made of synthetic superhard materials, which provide reduction of friction intensity in the cutting zone and, consequently, increase in the accuracy and productivity of the treatment compared to the grinding process. It is also proposed to use a progressive scheme of high-speed milling of holes on modern machine tools with CNC machining center type using carbide mills with wear-resistant coatings of foreign production.

**Key words:** elastic movement, technological system, machining accuracy, machining productivity, turning, grinding, tool, friction.

УДК 631.37

**О. Ю. РЕБРОВ**

## РОЗПОДІЛ ДОПУСТИМОГО ТИСКУ НА ҐРУНТ ХОДОВИХ СИСТЕМ КОЛІСНИХ ТРАКТОРІВ ЗА ТЕРИТОРІЄЮ УКРАЇНИ

Запропоновано методику оцінки впливу на ґрунт ходових систем колісних тракторів згідно встановленому розподілу за територією України допустимого тиску на ґрунт колісних тракторів відповідно до вимог стандарту та урахуванням особливостей ґрунто-кліматичних умов та фактичних середньобагаторічних параметрів вмісту вологи в ріллі в середньобагаторічні терміни проведення робіт під час підготовки ґрунту під ранні ярові культури навесні та під озиму пшеницю в літньо-осінній період.

**Ключові слова:** колісний трактор, ходові системи, максимальний тиск на ґрунт, допустимий тиск на ґрунт, параметри вмісту вологи в ріллі.

Предложена методика оценки воздействия на почву ходовых систем колесных тракторов согласно установленному распределению по территории Украины допустимого давления на почву колесных тракторов в соответствии с требованиями стандарта и учетом особенностей почвенно-климатических условий и фактических среднесезонных параметров содержания влаги в пашне в среднесезонные сроки проведения работ при подготовке почвы под ранние яровые культуры весной и под озимую пшеницу в летне-осенний период.

**Ключевые слова:** колесный трактор, ходовые системы, максимальное давление на ґрунт, допустимое давление на ґрунт, параметры содержания влаги в пашне.

The paper proposes a methodology for estimating the impact on the soil of the running systems of wheeled tractors according to the established distribution throughout the territory of Ukraine of permissible pressure on the soil in accordance with standard requirements and taking into account the peculiarities of soil and climatic conditions and the actual long-term average moisture content parameters in arable land during the long-term average work period of preparing the soil for early spring crops and under winter wheat in the summer-autumn period. The maximum pressure on the soil for modern tires of agricultural tractors is in the range of 78 – 177 kPa. At such a maximum pressure, the probability of a tire fulfilling the requirements of the standard for the performance of running gears on the soil will be in the range from 0.078 – 0.104 to 0.698 – 0.730. It is necessary to use conversion track systems or crawler tractors to ensure an impact on the soil within the limits of permissible in the cultivation of agricultural land, the area of which is more than 27 – 30 % of Ukraine's territory. The use of conversion track systems allows to reduce the maximum pressure on the soil by 65 %, which greatly improves the environmental friendliness of the tractors.

**Key words:** wheeled tractor, running gears, maximum pressure on the soil, permissible pressure on the soil, parameters of moisture content in arable land.

*В. Б. УСПЕНСКИЙ, М. В. НЕКРАСОВА, И. А. БАГМУТ*

## СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ БИНС ПО ИЗМЕРЕНИЯМ КАЖУЩЕГОСЯ УСКОРЕНИЯ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОГО ОБЪЕКТА, КОТОРЫЙ БЫСТРО ВРАЩАЕТСЯ

Предложен метод повышения точности определения ориентации в бесплатформенной инерциальной навигационной системе для быстровращающегося вокруг продольной оси объекта. Метод основан на использовании измерений вектора кажущегося ускорения от специально размещенных акселерометров для периодической коррекции угла крена. Показано, что разработанный способ существенно ограничивает ошибку определения угла крена. Сформулирован сам алгоритм коррекции, применение которого позволяет значительно повысить точность определения ориентации, что было доказано при моделировании.

**Ключевые слова:** кажущееся ускорение, датчик, ориентация, акселерометр, гироскоп, угол крена, навигация, инерциальная система.

Запропоновано метод підвищення точності визначення орієнтації в бесплатформенній інерціальній навігаційній системі для об'єкта, що швидко обертається навколо поздовжньої осі. Метод заснований на використанні вимірювань вектору позірного (уявного?) прискорення від спеціальним чином розміщених акселерометрів для періодичної корекції куту крену. Доведено, що розроблений спосіб суттєво зменшує похибку визначення куту крену. Сформульований сам алгоритм корекції, застосування якого дозволяє значно підвищити точність визначення орієнтації, що було доведено при моделюванні.

**Ключові слова:** позірне прискорення, датчик, орієнтація, акселерометр, гіроскоп, кут крену, навігація, інерціальна система.

A method for increasing the accuracy of determining the orientation in a strapdown inertial navigation system for an object rotating fast around the longitudinal axis is proposed. The method is based on the use of measurements of the apparent acceleration vector from specially arranged accelerometers for periodic correction of the roll angle. It is shown that the developed method significantly limits the error in determining the roll angle. The correction algorithm itself is formulated, the use of which can significantly improve the accuracy of orientation determination, which has been proven in modeling. This method can be used to construct high-precision control systems.

**Key words:** apparent acceleration, sensor, orientation, an accelerometer, roll angle, navigation, a gyroscope, a correction angle of roll error, inertial system, traffic control.

*Д. О. ЧАЙКА, И. А. ЕМЕЛЬЯНОВА, П. Н. АНДРЕНКО, А. Л. ГРИГОРЬЕВ*

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПОДАЧИ СТРОИТЕЛЬНЫХ СМЕСЕЙ БЕСПОРШНЕВЫМ ШЛАНГОВЫМ БЕТОНОНАСОСОМ

В современном строительстве беспоршневые шланговые бетононасосы могут использоваться при выполнении торкрет-работ мокрым способом и транспортирования строительных смесей к месту их укладки. Оснащение шлангового бетононасоса гидравлическим приводом позволяет значительно расширить диапазон режимов работы машины, а также повысить его надежность. Для проектирования гидравлического привода, которым оснащен универсальный шланговый бетононасос? и расчета основных параметров машины были разработаны математические модели процессов подачи строительных смесей. В результате моделирования процесса подачи получены графические зависимости рабочих параметров бетононасоса, определена длительность выхода бетононасоса на установившийся режим работы, а также оценено влияние плотности и вязкости перекачиваемой смеси на максимальные давления в системе, на затрачиваемую мощность и крутящий момент.

**Ключевые слова:** универсальный шланговый бетононасос, гидравлический привод, математическая модель, подача строительных растворов, гидродинамический процесс.

У сучасному будівництві безпоршневі шлангові бетононасоси можуть використовуватися при виконанні торкрет-робіт мокрым способом і транспортування будівельних сумішей до місця їх укладання. Оснащення шлангового бетононасосу гідравлічним приводом дозволяє значно розширити діапазон режимів роботи машини, а також підвищити його надійність. Для проектування гідравлічного привода, яким оснащено універсальний шланговий бетононасос, і розрахунку основних параметрів машини були розроблені математичні моделі процесів подачі будівельних сумішей. В результаті моделювання процесу подачі отримано графічні залежності робочих параметрів бетононасосу, визначена тривалість виходу бетононасосу на сталий режим роботи, а також оцінено впливання щільності і в'язкості перекачуваної суміші на максимальні тиски в системі, на потужність, що витрачається, і крутний момент.

**Ключові слова:** універсальний шланговий бетононасос, гідравлічний привод, математична модель, подача будівельних розчинів, гідродинамічний процес.

Presently constructors use pistonless hose concrete pumps for wet shotcreting processes or for transferring building mixtures to the place of their placement. Fitting the flexible-hose concrete pump with a hydraulic drive allows both making the range of its operating modes much broader and enhancing its reliability. Numerically simulated models of the building mixtures pumping processes were developed to design a hydraulic drive to fit the general-service flexible-hose concrete pump and to calculate its basic parameters. Simulation of the building mixtures pumping processes resulted in the characteristic curves of the concrete pump operating parameters, allowed determining the time of ramping the concrete pump up to the steady state mode and estimating the impact of the transferred mixture density and viscosity on the maximal system pressure, supplied power, and torque values.

**Key words:** universal hose concrete pump, hydraulic drive, mathematical model, building mixtures pumping, hydrodynamic process.

*S. A. SHEVCHENKO, V. I. KONOKH, YU. A. MITIKOV, A. L. GRIGORIEV*

## UNIVERSAL ORTHOMETRIC REAL GAS EQUATION OF STATE FOR MODELING PROCESSES IN ROCKET-AND-SPACE TECHNOLOGY UNITS

A domain of the working parameters of the gas unified for all units of pneumatic automation, limited by isochore, adiabatic and two isotherms is formed. The requirements on the real gas equation suitable for dynamic calculations of these units are formulated. The known equations of state for real gas are analyzed and the reasons of their being not convenient to use are indicated. To obtain a new equation, it is proposed to use the theory of orthometric states of gas and the Boyle scales to measure its parameters. The form of the target equation is chosen and by using the standard tabular data the values of its three tuning coefficients are obtained. It turns out that nitrogen, argon, krypton, xenon, methane, oxygen, and air have the same two coefficients of the model, which result boosts the development of the theory of real gas. Similar equations are obtained for helium, xenon, krypton, and methane. It is shown that in the domain of gas working parameters all thermodynamic properties and caloric characteristics follow from the equation of state, the formulas for calculating these functions are given. The calculated characteristics are compared

with standard tabular data; the maximum of the compressibility factor error is 0.05 ... 0.1%. An improved compressibility equation for real gas in a cavity is deduced. Methods for solving algebraic equations for the density and temperature arising at the phases of formation of initial conditions and at integration of the equations of compressibility and continuity are described. Directions of further development of the model and its practical applications are indicated.

**Key words:** pneumatic control unit, LRE of multiple ignitions, gas-dynamic analysis, real gas, equation of state, compressibility factor.

Для агрегатів пневмоавтоматики ракетної техніки визначена область зміни параметрів робочого тіла й сформульовані вимоги до рівняння стану реального газу, придатному для динамічних розрахунків цих агрегатів. Обрана ортометрична форма шуканого рівняння й отримані значення його настроювальних коефіцієнтів. Наведено формули для розрахунків термодинамічних і калоричних функцій, визначена похибка моделі. Отримано уточнене рівняння стисливості реального газу в порожнині. Зазначено напрямки подальшого розвитку моделі та її практичного застосування.

**Ключові слова:** агрегат пневмоавтоматики, РРД багаторазового включення, газодинамічний розрахунок, реальний газ, рівняння стану, фактор стисливості.

Сформирована унифицированная для всех агрегатов пневмоавтоматики область изменения рабочих параметров газа, ограниченная изохорой, адиабатой и двумя изотермами. Сформулированы требования к уравнению состояния, пригодному для газодинамических расчетов. Выполнен анализ известных уравнений реального газа и указаны причины, по которым они неудобны для использования. Предложено для нового уравнения использовать теорию ортометрических состояний газа и бойлевые масштабы измерения его параметров. Выбрана форма уравнения и, при использовании табличных данных, получены значения трех настроечных коэффициентов. Оказалось, что у азота, аргона, кислорода и воздуха два коэффициента модели одинаковы, и этот результат дает импульс для развития теории реального газа. Аналогичные уравнения получены для гелия, ксенона, криптона и метана. Показано, что в области рабочих параметров газа из уравнения состояния следуют все термодинамические свойства и калорические характеристики, приведены формулы для расчета этих функций. Выполнено сопоставление расчетных характеристик со стандартными табличными данными; максимальная погрешность фактора сжимаемости составила 0.05 ... 0.1%. Получено уточненное уравнение сжимаемости реального газа в полости. Описаны методы решения алгебраических уравнений для плотности и температуры, которые возникают при формировании начальных условий и интегрировании уравнений сжимаемости и неразрывности. Указаны направления дальнейшего развития модели и её практических приложений.

**Ключевые слова:** агрегат пневмоавтоматики, ЖРД многократного включения, газодинамический расчет, реальный газ, уравнение состояния, фактор сжимаемости.

УДК 539.3

*Е. Г. ЯНИУТИН, Г. А. ГНАТЕНКО, П. А. ЕГОРОВ*

## НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Предложен метод идентификации нестационарной нагрузки, действующей на шарнирно-опертые подкрепленные цилиндрические оболочки. Рассмотрены два случая: подкрепление деформирующегося объекта по всей длине охватывающей оболочкой, подкрепление ребрами жесткости, ширина которых мала по сравнению с длиной оболочки. В качестве вспомогательного этапа решения основной задачи приводится решение прямой задачи по исследованию деформированного состояния системы, достоверность которого подтверждается путем сопоставления с МКЭ. Достоверность решения задачи идентификации подтверждена путем сопоставления с исходными данными соответствующей прямой задачи. Интегральные уравнения Вольтерра, получаемые при решении задач, анализируются численно. Некорректность поставленных задач преодолевается с использованием метода регуляризации А.Н. Тихонова.

**Ключевые слова:** оболочка, ребро жесткости, условие контакта, ряд Фурье, преобразование Лапласа, метод регуляризации.

Запропоновано метод ідентифікації нестационарного навантаження, яке діє на шарнірно-обперті підкріплені циліндричні оболонки. Розглянуто два випадки: підкріплення об'єкту, що деформується, за всією довжиною оболонкою, що охоплює дану, підкріплення ребрами жорсткості, ширина котрих є малою у порівнянні з довжиною оболонки. У якості допоміжного етапу розв'язку основної задачі наводиться розв'язок прямої задачі з дослідження деформованого стану системи, достовірність якого підтверджується шляхом зіставлення з МСЕ. Достовірність розв'язку задачі ідентифікації підтверджена шляхом зіставлення з вихідними даними відповідної прямої задачі. Інтегральні рівняння Вольтерра, які отримані при розв'язку задач, аналізуються чисельно. Некоректність поставлених задач долається за допомогою методу регуляризації А. Н. Тихонова.

**Ключові слова:** оболонка, ребро жорсткості, умова контакту, ряд Фур'є, перетворення Лапласа, метод регуляризації.

The article suggests a method of identifying nonstationary load acting on hinged reinforced cylindrical shells. Two cases are considered: reinforcement of a deformable object along the entire length with enclosing shell, reinforcement with stiffeners whose width is small compared to the length of the shell. As a substep of solving the main problem, the solution of the direct problem of studying the deformed state of the system is given. The reliability of solving the direct problem is confirmed by comparison with FEM. The reliability of the identification problem solution is confirmed by comparison with the initial data for the corresponding direct problem. Volterra integral equations obtained in the process of solving the problems are numerically analyzed. The ill-posedness of the problem is succeeded with using Tikhonov's regularization method.

**Key words:** shell, stiffener, contact condition, Fourier series, Laplace transformation, regularization method.