

*П. М. АНДРЕНКО, І. А. ЄМЕЛЬЯНОВА, Д. Ю. СУБОТА*

## МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ВИЗНАЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ РОБОТИ ГІДРАВЛІЧНОГО ПРИВОДА НА СТАДІЇ ПРОЕКТУВАННЯ УНІВЕРСАЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ КОМПЛЕКТІВ МАЛОГАБАРИТНОГО ОБЛАДНАННЯ ДЛЯ БЕЗОПАЛУБНОГО БЕТОНУВАННЯ

Методологія визначення надійності побудована на основі результатів досліджень одного з нових технологічних комплектів малогабаритного обладнання для виконання робіт способом мокрого торкретування в умовах будівельного майданчика. В статті наведено результати аналітичних досліджень надійності роботи нового універсального технологічного комплексу малогабаритного обладнання при оснащенні його гідравлічним приводом або механічною системою керування. Комплект розглядається при використанні безопалубного бетонування з аналізом його структурних схем і імовірності безвідмовної роботи обладнання.

**Ключові слова:** технологічний комплект малогабаритного обладнання, надійність, імовірність безвідмовної роботи, гідропривод, механічна система керування, структурна схема.

Методологія определения надежности построена на основе результатов исследований одного из новых технологических комплектов малогабаритного оборудования для выполнения работ способом мокрого торкретирования в условиях строительной площадки. В статье приведены результаты аналитических исследований надежности работы нового универсального технологического комплекта малогабаритного оборудования при оснащении его гидравлическим приводом или механической системой управления. Комплект рассматривается при использовании безопалубного бетонирования с анализом его структурных схем и вероятности безотказной работы оборудования.

**Ключевые слова:** технологический комплект малогабаритного оборудования, надежность, вероятность безотказной работы, гидропривод, механическая система управления, структурная схема.

The methodology for determining reliability is based on the results of studies of one of the new technological kits of small-sized equipment for performing work using the wet shotcreting method at the construction site. The article presents the results of analytical studies of the reliability of the new universal technological kit of small-sized equipment when equipped with a hydraulic drive or mechanical control system. The kit is considered when using off-formwork concreting with the analysis of its structural schemes and the probability of equipment failure.

**Key words:** technological kit of small-sized equipment, reliability, probability of failure-free operation, hydraulic drive, mechanical control system, block diagram.

*Ю. В. БАТЫГИН, С. А. ШИНДЕРУК, Е. А. ЧАПЛЫГИН, Е. Ф. ЕРЁМИНА, А. В. БЕЗРОДНАЯ*

## ПЛОСКИЙ КРУГОВОЙ СОЛЕНОИД МЕЖДУ МАССИВНЫМИ БИФИЛЯРНЫМИ КАТУШКАМИ. РАСЧЁТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Проведен анализ электромагнитных процессов в металле кругового соленоида-индуктора конечной толщины, размещенного между массивными многовитковыми катушками бифиляра с однонаправленными токами, получены расчетные соотношения. Предложенная физико-математическая модель позволяет исследовать влияние полей обмоток бифиляра на электромагнитные процессы в металле индуктора, что необходимо для формулирования условий практической работоспособности исследованной индукторной системы в целом. Найдена аналитическая пространственно-временная зависимость индуцированного тока при возбуждении системы гармоническими токами в массивных обмотках бифиляра. Полученные результаты дают возможность анализа и конкретных вычислений, направленных на поиск условий успешной технической реализации предложенной индукторной системы.

**Ключевые слова:** бифилярная катушка, индукторная система, электромагнитные процессы, однонаправленные токи, пространственно-временная зависимость, расчетная модель.

Проведено аналіз електромагнітних процесів в металі кругового соленоїда-індуктора кінцевої товщини, розміщеного між масивними багатовитковими катушками біфіляра з односпрямованими струмами, отримані розрахункові співвідношення. Запропонована фізико-математична модель дозволяє досліджувати вплив полів обмоток біфіляра на електромагнітні процеси в металі індуктора, що необхідно для формулювання умов практичної працездатності дослідженої індукторної системи в цілому. Знайдена аналітична просторово-часова залежність індукованого струму при порушенні системи гармонічними струмами в масивних обмотках біфіляра. Отримані результати дають можливість аналізу і конкретних обчислень, спрямованих на пошук умов успішної технічної реалізації запропонованої індукторної системи.

**Ключові слова:** біфілярна катушка, індукторної система, електромагнітні процеси, односпрямовані струми, просторово-часова залежність, розрахункова модель.

The aim of this work is to obtain design relationships for the analysis of electromagnetic processes in real metal of a circular solenoid-inductor of finite thickness, located between massive multi-turn coils of a bifilar with unidirectional currents. This work is a consistent continuation of the author's ideas and research aimed at the development and creation of circuits of equipment for magnetic-pulse metal processing. The list of literary sources contains the author's works, where the investigated system was first proposed and, in the framework of accepted idealizations, the characteristics of the proceeding electromagnetic processes were calculated. This work significantly expands the possibilities for subsequent theoretical studies, since it offers a more adequate physical and mathematical model of a planar inductor system with massive windings of a bifilar coil, in the space between which there is a flat multi-turn circular solenoid. The proposed model allows us to study the effect of the fields of bifilar windings on electromagnetic processes in the metal of the inductor solenoid itself, which is necessary to formulate the conditions for the practical operability of the investigated inductor system as a whole. As a result of solving the boundary-value problem of electrodynamics, an analytical spatio-temporal dependence of the current induced in the metal of a planar circular inductor was found when the system was excited by harmonic currents in the massive windings of the bifilar. The obtained result allows analysis and specific calculations aimed at finding the conditions for successful technical implementation of the proposed inductor system.

**Key words:** bifilar coil, inductor system, electromagnetic processes, unidirectional currents, spatio-temporal dependence, calculation model.

*А. В. ВОРОПАЙ*

## УПРАВЛЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ ПЛАСТИНЫ С ПРИСОЕДИНЁННОЙ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ МАССОЙ. АКТИВНАЯ ВИБРОЗАЩИТА

Механическая система состоит из прямоугольной изотропной пластины средней толщины, шарнирно-опёртой по контуру, и присоединённой к ней сосредоточенной массы. На пластину воздействует нестационарное нагружение, вызывающее колебания. Влияние сосредоточенной массы моделируется допол-

нительной нестационарной сосредоточенной силой (реакцией), приложенной к пластине в точке контакта вместо массы. Управление колебаниями осуществляется с помощью введения дополнительной (управляющей) нагрузки, закон изменения во времени которой подлежит определению. Излагаются результаты решения обратной задачи идентификации управляющего воздействия. Исследования сводятся к анализу системы интегральных уравнений Вольтерра, которые решаются численно с использованием регуляризирующего алгоритма А. Н. Тихонова. Приведены примеры расчетов по определению управляющих воздействий в задачах активного управления нестационарными колебаниями пластины с дополнительной сосредоточенной массой, а также их гашения.

**Ключевые слова:** пластина средней толщины, сосредоточенная масса, нестационарное нагружение, управление нестационарными колебаниями, обратная задача, интегральные уравнения Вольтерра, регуляризирующий алгоритм А. Н. Тихонова.

Механічна система складається з прямокутної ізотропної пластини середньої товщини, шарнірно-обпертої по контуру, та приєднаної до неї зосередженої маси. На пластину діє нестационарне навантаження, яке збуджує коливання. Вплив зосередженої маси моделюється додатковою нестационарною зосередженою силою (реакцією), яка прикладена до пластини в місці контакту замість маси. Управління коливаннями здійснюється за допомогою додаткового (керуючого) навантаження, закон зміни у часі якого підлягає визначенню. Викладаються результати розв'язання оберненої задачі ідентифікації керуючого впливу. Дослідження зводяться до аналізу системи інтегральних рівнянь Вольтерра, які розв'язуються чисельно з використанням регуляризовуючого алгоритму А. М. Тихонова. Наведені приклади розрахунків визначення керуючих навантажень в задачах активного управління нестационарними коливаннями пластини з додатковою зосередженою масою, а також їх гашіння.

**Ключові слова:** пластина середньої товщини, зосереджена маса, нестационарне навантаження, управління нестационарними коливаннями, обернена задача, інтегральні рівняння Вольтерра, регуляризовуючий алгоритм А. М. Тихонова.

The mechanical system consists of a rectangular isotropic plate of medium thickness, hinged on the contour, and attached to it concentrated mass. The plate is impacted by nonstationary loading, causing vibrations. The influence of the concentrated mass is simulated by additional nonstationary concentrated force (reaction) applied to the plate at contact point instead of the mass. The vibrations are controlled by inserting additional control force, which variation in time should be determined. The results of solving the controlling force identification inverse problems are presented. The research is reduced to an analysis of the Volterra integral equation system, which is solved numerically using Tikhonov regularizing algorithm. Computational examples of determining control action in problems of controlling nonstationary vibrations of a plate with additional concentrated mass and vibration suppression are given.

**Key words:** plate of medium thickness, concentrated mass, nonstationary loading, control of nonstationary vibration, inverse problem, Volterra integral equations, Tikhonov regularization algorithm.

УДК 513.88

*С. Д. ДИМИТРОВА-БУРЛАЕНКО*

## КРИТЕРИЙ СОХРАНЕНИЯ ПОЧТИ ПЕРИОДИЧНОСТИ ВТОРОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ОТ ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

Статья посвящена изучению связи между непрерывностью функции и ее второй производной, заданных на оси в некоторой топологии  $\mathfrak{S}$ , которая слабее естественной топологии  $\mathfrak{S}_0$ . Рассматриваются дважды дифференцируемые абстрактные непрерывные на оси в некоторой более слабой топологии (в частности почти автоморфные или почти периодические) функции со значениями в банаховом пространстве. В работе представлены критерии  $\mathfrak{S}$ -непрерывности (почти периодичности, почти автоморфности) второй производной в зависимости от  $\mathfrak{S}$ -непрерывности (почти периодичности, почти автоморфности) самой функции. Для первой производной предполагается только ее существование, обеспечивающее существование второй производной в естественной топологии на оси.

**Ключевые слова:** непрерывность, равномерная непрерывность, квазиравномерная непрерывность, компактность, почти периодичность, почти автоморфность, дифференцируемость функции, абстрактная функция.

Стаття присвячена вивченню зв'язку між неперервністю функції і її другої похідної, заданих на осі в деякій топології  $\mathfrak{S}$ , яка є слабкішою за природну топологію  $\mathfrak{S}_0$ . Розглядаються абстрактні неперервні на осі в деякій слабкішій топології (зокрема майже автоморфні або майже періодичні) функції зі значеннями в банаховому просторі, які мають другу похідну. В роботі представлені критерії  $\mathfrak{S}$ -неперервності (майже періодичності, майже автоморфності) другої похідної в залежності від  $\mathfrak{S}$ -неперервності (майже періодичності, майже автоморфності) самої функції. Для першої похідної передбачається тільки її існування, що забезпечує існування другої похідної в природній топології на осі.

**Ключові слова:** неперервність, рівномірна неперервність, квазірівномірна неперервність, компактність, майже періодичність, майже автоморфність, друга похідна, абстрактна функція.

A question on preserving the continuity of a function in the given topology plays an important role in the theory of almost periodic and almost automorphic functions. As known, the almost periodic, almost automorphic functions are respectively uniformly continuous, compact continuous functions in some weaker topology  $\mathfrak{S}$  than the natural topology  $\mathfrak{S}_0$  defined on the numerical axis. The present work belongs to this field and is devoted to the study of the relationship between the continuity of a function and its second derivative, defined on an axis in a certain topology, which is weaker than the natural topology. We consider a twice-differentiable abstract continuous function on the axis in some weaker topology (in particular, an almost automorphic or almost periodic function) with values in a Banach space. This study presents the criteria of  $\mathfrak{S}$ -continuity (almost periodicity, almost automorphicity) of the second derivative depending on  $\mathfrak{S}$ -continuity (almost periodicity, almost automorphicity) of the function itself. If a function is continuous in a weaker topology, then the second derivative is continuous in this topology if and only if it is locally uniformly continuous. Let a continuous almost automorphic function be given and its second derivative exists for any shift and compact. If the second derivative of the limit shift is equal to the limit shift of the second derivative, then the first and second derivatives are continuous almost automorphic functions.

**Key words:** continuity, uniform continuity, quasi-uniform continuity, compactness, almost periodicity, almost automorphic, second derivative, abstract function.

UDC 629.114.2.073.286

*A. P. KOZHUSHKO, A. L. GRIGORIEV, B. I. KALCHENKO*

## MATHEMATICAL MODELING OF FREE LIQUID SURFACE MOTION IN TRANSPORTING AGRICULTURAL SEMITRAILER TANKS

Mathematical modeling of the oscillatory process of the longitudinal motion of a machine-tractor unit with a semitrailer tank equipped with a hydraulic liquid mixer is developed. The redistribution of liquid in the tank by the characteristics of Rayleigh surface waves is taken into consideration. The influence of the mixer operation on the total vibrational motion of the liquid in the tank is given. The spectrum of frequencies of free mechanical oscillations is determined, and the corresponding forms of interconnected movements of the elements of a tractor and a tank are analyzed.

**Key words:** wheeled tractor, tank, hydraulic mixer, free liquid surface, oscillations, resonant frequencies, eigenmode, semitrailer tank.

Виконано математичне моделювання коливального процесу позовжнього руху машинно-тракторного агрегату з напівпричіп-цистерною, яка має гідравлі-

чний змішувач рідини. Для перерозподілу рідини у цистерні, що викликаний коливаннями оболонки, використано характеристики поверхневих хвиль Рэлея. Наведено вплив роботи змішувача на загальний коливальний рух рідини в цистерні. Знайдено спектр частот вільних механічних коливань, а також проаналізовано відповідні форми взаємопов'язаних рухів елементів трактора та цистерни.

**Ключові слова:** колісний трактор, цистерна, гідравлічний змішувач, вільна поверхня рідини, коливання, резонансні частоти, власна форма, напівпричіпна цистерна.

Выполнено математическое моделирование колебательного процесса продольного движения машинно-тракторного агрегата с полуприцеп-цистерной, которая имеет гидравлический смеситель жидкости. Для перераспределения жидкости в цистерне, вызванного колебаниями оболочки, использованы характеристики поверхностных волн Рэлея. Показано влияние работы смесителя на общее колебательное движение жидкости в цистерне. Найден спектр частот свободных механических колебаний, а также проанализированы соответствующие формы взаимосвязанных движений элементов трактора и цистерны.

**Ключевые слова:** колесный трактор, цистерна, гидравлический смеситель, свободная поверхность жидкости, колебания, резонансные частоты, собственная форма, полуприцепная цистерна.

УДК 62-585.2

*Ю. М. КУХТЕНКОВ, Є. С. КРУПА*

## ДО ПИТАННЯ ПРОЕКТУВАННЯ ПРОТОЧНОЇ ЧАСТИНИ КОМПЛЕКСНОГО ГІДРОТРАНСФОРМАТОРА

Комплексні гідротрансформатори поєднують найкращі властивості гідротрансформатора та гідромумфти і широко використовуються в різних областях техніки: в автомобілебудуванні, тракторобудуванні, в тепловозобудуванні; в транспортному машинобудуванні, в бурових установках для нафтогазових промислів та ін. Вони забезпечують: плавну автоматичну зміну крутного моменту і частоти обертання веденого валу, отже, і швидкості транспортних машин, а в бурових установках – збільшення механічної швидкості проходки; збільшення терміну експлуатації машин завдяки гасінням динамічних навантажень від двигуна і від трансмісії; роботу машини з кращими енергетичними показниками; підвищують надійність і роблять простішим управління машинами. Розрахунок гідротрансформатора може бути двох типів. Перший тип – розрахунок за законами подібності – перерахунок із добре діючого зразка на задані параметри – потужність  $N$ , кВт; оберти насосного колеса  $n$ , об/хв при досягненні необхідного ККД. Цей розрахунок більш швидкий за часом і гарантує швидке отримання гарних результатів; розрахунок нового гідротрансформатора, якщо не має прототипу. При цьому закладається умова забезпечення необхідної форми зовнішніх характеристик і визначення основних геометричних і кінематичних параметрів гідротрансформатора. Другий тип – це проектування нового гідротрансформатора, пов'язане з розрахунком його зовнішніх характеристик, гідродинамічним розрахунком і графічними побудовами проточної частини з використанням ЕОМ. Для реалізації завдань зазначених етапів на кафедрі гідромашин НТУ «ХПІ» створено математичну модель та пакет програм, який складається із: програми для розрахунку зовнішніх характеристик і гідродинамічного розрахунку; програми розрахунку і побудови форми проточної частини гідротрансформатора – визначення кінематичних і геометричних параметрів на середній лінії струму, підготовки даних і побудови кола циркуляції; програми профілювання лопаток робочих коліс гідротрансформатора – розрахунок геометричних і кінематичних параметрів на граничних лініях струму – побудови скелетних ліній лопаток робочих коліс на поверхні тора і чаші проточної частини; програми розрахунку профілів кінцевої товщини. Наведено опис методів побудови кола циркуляції і профілювання лопаток робочих коліс гідротрансформатора.

**Ключові слова:** комплексний гідротрансформатор, проточна частина, режимні параметри гідротрансформатора, математична модель, зовнішні характеристики, лопатка робочого колеса, коло циркуляції, коефіцієнт корисної дії.

Комплексные гидротрансформаторы сочетают лучшие свойства гидротрансформатора и гидромумфты и широко используются в различных областях техники: в автомобилестроении, тракторостроении, в тепловозостроении; в транспортном машиностроении, в буровых установках для нефтегазовых промыслов и др. Они обеспечивают: плавную автоматическую смену крутящего момента и частоты вращения ведомого вала, следовательно, и скорости транспортные машин, а в буровых установках приводят к увеличению механической скорости проходки; увеличение срока эксплуатации машин происходит благодаря гашению динамических нагрузок от двигателя и от трансмиссии; работу машины с лучшими энергетическими показателями; повышают надежность и делают проще управление машинами. Расчет гидротрансформатора может быть двух типов. Первый тип – расчет по законам подобия – перерасчет с хорошо действующего образца на заданные параметры – мощность  $N$ , кВт; обороты насосного колеса  $n$ , об/мин при достижении необходимого КПД. Этот расчет более быстрый по времени и гарантирует быстрое получение хороших результатов; расчет нового гидротрансформатора, если нет прототипа. При этом закладывается условие обеспечения необходимой формы внешних характеристик и определения основных геометрических и кинематических параметров гидротрансформатора. Второй тип – это проектирование нового гидротрансформатора, связанное с расчетом его внешних характеристик, гидродинамическим расчетом и графическими построениями проточной части с использованием ЭВМ. Для реализации задач указанных этапов на кафедре гидромашин НТУ «ХПИ» создана математическая модель и пакет программ, состоящий из: программы для расчета внешних характеристик и гидродинамического расчета; программы расчета и построения формы проточной части гидротрансформатора – определение кинематических и геометрических параметров на средней линии тока, подготовки данных и построения круга циркуляции; программы профилирования лопаток рабочих колес гидротрансформатора – расчета геометрических и кинематических параметров на предельных линиях тока – построения скелетных линий лопаток рабочих колес на поверхности тора и чаши проточной части; программы расчета профилей конечной толщины. Описаны методы построения круга циркуляции и профилирования лопаток рабочих колес гидротрансформатора.

**Ключевые слова:** комплексный гидротрансформатор, проточная часть, режимные параметры гидротрансформатора, математическая модель, внешние характеристики, лопатка рабочего колеса, круг циркуляции, коэффициент полезного действия.

Integrated torque converters combine the best properties of the torque converter and hydraulic clutches and are widely used in various fields of technology such as the automotive, tractor, diesel locomotive building; transport engineering, drilling rigs for oil and gas fields, etc. They provide a smooth automatic change of the torque and speed of the driven shaft, and hence the speed of the transport machines, an increase of the mechanical speed of penetration in drilling rigs, durability of the machine due to the quenching of dynamic loads from the engine and transmission, the work of the machine with the best energy performance, increase reliability and make it easier to control the machines. Calculation of a torque converter can be of two types. The first one is calculation by the laws of similarity, i.e. recalculation of a good working sample for specified parameters such as power  $N$ , kW, pump wheel speed when the required efficiency is reached. This calculation is faster in time and guarantees fast achievement of good results, as well as calculation of the new torque converter if there is no prototype. In this case, a condition is set to ensure the necessary form of the external characteristics and to determine the main geometric and kinematic parameters of the torque converter. The second type of calculation consists in designing a new torque converter, in particular calculating its external characteristics, hydrodynamic calculation and graphic construction of the flow part using a computer are considered. To implement the tasks of these stages, a software package has been created at the Hydraulic Machines Department of NTU «KPI», consisting of a program for calculating external characteristics and hydrodynamic calculation, programs for calculating and building the flow section of the torque converter – determining the kinematic and geometric parameters on the middle line of the current, preparing data and building a circle of circulation, programs for profiling the impeller blades of the torque converter – calculating geometrical and kinematic parameters on the current limiting lines – building skeletal lines for the blades of the impellers on the surface of the torus and the bowl of the flow part, programs for calculating the finite thickness of the profiles. Methods for constructing a circle of circulation are given and profiling of blades for impellers of a torque converter is described.

**Key words:** integrated torque converter, flow part, operating parameters of the torque converter, mathematical model, external characteristics, impeller blade, circulation circle, efficiency.

*Е. А. НАБОКА, А. Л. ГРИГОРЬЕВ*

## УТОЧНЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ СИНФАЗНЫХ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ АКТИВНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

Для описания колебаний активной механической среды, имеющей дефекты и использующей энергию гистерезисного перехода материала при его расширении в объемы дефектов, уточнена зависимость модуля Ламе всестороннего сжатия от плотности. В результате этого уточнения из известной математической модели упругого континуума выведено новое уравнение типа Клейна – Гордона для продольных колебаний среды, создающих синфазное поле изменения давления и плотности, и волновое векторное уравнение для синфазных продольно-поперечных колебаний, создаваемых неподвижными и движущимися зарядами (токами). Показано, что для этой модели плоские (или сферические) синфазные волны распространяются с одинаковой скоростью, что соответствует известному свойству физического пространства. Получена факторизация волнового векторного уравнения в форме системы уравнений Максвелла для электромагнитного поля. Указана причина стабилизации амплитуды синфазных колебаний давления и плотности среды (температурный фактор).

**Ключевые слова:** активная среда, механические колебания, гистерезис, синфазное поле, модули упругости, волновое уравнение, уравнение Клейна – Гордона, уравнения Максвелла, условие Лоренца, электромагнитное поле, потенциалы поля.

З метою описання активного механічного середовища, що має дефекти та використовує енергію гістерезисного переходу матеріалу при його розширенні в об'єми дефектів, уточнено залежність модуля Ламе всебічного стиснення від щільності. Як результат цього уточнення із відомої математичної моделі пружного континуума виведено нове рівняння типу Клейна – Гордона для поздовжніх коливань середовища, що утворюють синфазне поле зміни тиску та щільності, а також хвильове векторне рівняння для синфазних поздовжньо-поперечних коливань, породжених нерухомими зарядами та зарядами, що рухаються (токами). Показано, що для цієї моделі плоскі (або сферичні) синфазні хвилі розповсюджуються з однаковою швидкістю, що відповідає відомій властивості фізичного простору. Отримано факторизацію хвильового векторного рівняння у формі системи рівнянь Максвелла для електромагнітного поля. Вказано причину стабілізації амплітуди синфазних коливань тиску та щільності середовища (температурний фактор).

**Ключові слова:** активне середовище, механічні коливання, гістерезис, синфазне поле, модуль пружності, хвильове рівняння, рівняння Клейна – Гордона, рівняння Максвелла, умова Лоренца, електромагнітне поле, потенціали поля.

The vibrations of an active mechanical medium featuring defects and using the energy of the hysteresis transition of the material as it expands inside the defect volumes is described by specifying the dependence of the Lamé bulk modulus on the density. As a result of this specification a new Klein – Gordon type equation describing longitudinal vibrations of the medium, which give rise to an in-phase pressure and density variation field, as well as a vector wave equation for longitudinal and transverse vibrations generated by stationary and moving charges (currents) are derived from the well-known mathematical model of elastic continuum. For this new model the plane (or spherical) in-phase waves are shown to have the same propagation speed which is in good agreement with the known property of physical space. The vector wave equation is factorized in the form of a system of the electromagnetic field Maxwell's equations. The cause for stabilizing the amplitude of pressure and medium density vibrations is indicated (temperature factor).

**Key words:** active medium, mechanical vibrations, hysteresis, in-phase space, elasticity modulus, wave equation, Klein – Gordon equation, Maxwell's equation, Lorentz condition, electromagnetic field, field potentials.

UDC 37

*V. M. OLEKSENKO*

## TASK SOLVING AS THE BASIS OF MATHEMATICAL PREPARATION OF FUTURE ENGINEERS

The results of the study of the problem of solving mathematical tasks in the preparation of future engineers are revealed. The urgency and importance of the topic is substantiated by the need of Ukrainian enterprises in qualified specialists of engineering specialties and the need of the society to ensure high quality of education. An approach to task solving in higher mathematics is theoretically developed. The peculiarities of its practical implementation are clarified. Guidelines and steps for solving problems are explained. Rules for verifying resolved tasks are produced. The errors that future engineers make when solving tasks are classified. The necessity of making changes to the higher mathematics syllabus at the National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute" and the introduction of laboratory works using Mathcad, Mathlab, Scilab etc. are substantiated.

**Key words:** task solving, mathematical training, engineers, higher mathematics.

Статтю присвячено найголовнішому аспекту математичної підготовки майбутніх інженерів – розв'язуванню задач. Теоретично розроблено підхід до розв'язування задач з вищої математики. Розкрито особливості його практичної реалізації. Виявлено методичні рекомендації та етапи розв'язування задач. Висвітлено правила перевірки розв'язаних задач. Класифіковано помилки, яких припускаються майбутні інженери під час розв'язання задач. Досліджено структуру практичного заняття для ефективного вирішення поставленої проблеми. Рекомендовано схему самоаналізу викладачем проведеного заняття. Підтверджено високий результат розв'язання математичних задач на студентських заняттях.

**Ключові слова:** розв'язування задач, математична підготовка, інженер, вища математика.

Статья посвящена важнейшему аспекту математической подготовки будущих инженеров – решению задач. Теоретически разработан подход к решению задач по высшей математике. Раскрыты особенности его практической реализации. Вывявлены методические рекомендации и этапы решения задач. Выработаны правила проверки решенных задач. Классифицированы ошибки, которые делают будущие инженеры при решении задач. Исследована структура практического занятия для эффективного решения поставленной проблемы. Рекомендована схема самоанализа преподавателем проведенного занятия. Подтвержден высокий результат решения математических задач на студентских занятиях.

**Ключевые слова:** решение задач, математическая подготовка, инженер, высшая математика.

УДК 534.1:539.3

*В. П. ОЛЬШАНСЬКИЙ*

## НАБЛИЖЕНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ УДАРУ ТІЛ З СИНГУЛЯРНОЮ ТОЧКОЮ НА ПОВЕРХНІ КОНТАКТУ

Складено та зведено до безрозмірної форми інтегральне рівняння сили удару двох пружних тіл обертання, одне з яких має особливу точку на поверхні контакту, де кривизна граничної поверхні є нескінченною. При постановці задачі динамічного стискання тіл використано припущення Г. Герца, зроблені ним при створенні власної теорії квазістатичного удару твердих тіл, і відомий розв'язок вісесиметричної статичної контактної задачі теорії пружності, побудований І. Я. Штарманом. Методом послідовних наближень за третьою ітерацією одержано наближений розв'язок інтегрального рівняння сили удару та подано у вигляді степеневого ряду. Цей ряд згорнуто в замкнуту форму наближенням методом Шенкса, внаслідок чого отримано компактний аналітичний розв'язок задачі удару. Він зручний для проведення інженерних розрахунків і описує зміну в часі сили удару та хід стискання і розтискання тіл. Одержано

також компактні формули для обчислення максимумів сили удару та зближення центрів мас тіл, а також формули для розрахунку тривалостей процесу динамічного стискання та всього удару. Щоб не вийти за межі пружної постановки задачі, рекомендовано використовувати викладену теорію при малих швидкостях зіткнення тіл (до 5 м/с). Основний акцент в роботі зроблено на складання та розв'язання інтегрального рівняння не чисельними, а аналітичними методами. Висока точність отриманого розв'язку підтверджена малими відхиленнями результатів, до яких він призводить, від результатів чисельного інтегрування рівняння удару на комп'ютері. Відносна похибка не перевищує 0,5 %. Показано, що одержані формули можна також використовувати для апроксимації періодичних Ateb-функцій, через які виражається точний розв'язок цієї задачі удару. Наближені розв'язки служать добрим наближенням вказаних спеціальних функцій в першій чверті їх періоду. Наведено приклади розрахунків з обговоренням отриманих чисельних результатів і проведено порівняння з чисельними даними інших публікацій. Встановлено збіжність чисельних результатів, одержаних різними методами, чим підтверджена адекватність розробленої моделі пружного удару тіл обертання, при наявності на поверхні одного з них особливої точки.

**Ключові слова:** удар, особлива точка, теорія Г. Герца, інтегральне рівняння, апроксимація Ateb-функцій.

Составлено и сведено к безразмерной форме интегральное уравнение силы удара двух упругих тел вращения, одно из которых имеет сингулярную точку на поверхности контакта, где бесконечна кривизна граничной поверхности. При постановке задачи динамического сжатия тел использованы допущения Г. Герца, сделанные им при создании собственной теории квазистатического удара твердых тел, и известное решение осесимметричной статической контактной задачи теории упругости, построенное И. Я. Штаерманом. Методом последовательных приближений, после трех итераций, получено приближенное решение интегрального уравнения силы удара и представлено в виде степенного ряда. Этот ряд свернут к замкнутой форме приближенным методом Шенкса, вследствие чего получено компактное аналитическое решение задачи удара. Оно удобно для проведения инженерных расчетов и описывает изменение во времени силы удара и процессы сжатия и разжатия тел. Получены также компактные формулы для вычисления максимумов силы удара и сближения центров масс тел, а также формулы для расчета продолжительностей процесса динамического сжатия и всего удара. Чтобы не выйти за пределы упругой постановки задачи, рекомендовано использовать изложенную теорию при малых скоростях столкновения тел (до 5 м/с). Основной акцент в работе сделан на составление и решение интегрального уравнения не численно, а аналитическими методами. Высокая точность полученного решения подтверждена малыми отклонениями результатов, к которым оно приводит, от результатов численного интегрирования уравнения удара на компьютере. Относительная погрешность не превышает 0,5 %. Показано, что полученные формулы можно также использовать для апроксимации периодических Ateb-функций, через которые выражается точное решение этой задачи удара. Приближенные решения служат хорошим приближением указанных специальных функций в первой четверти их периода. Приведены примеры расчетов с обсуждением полученных результатов и проведено сравнение с численными данными других публикаций. Установлено соответствие численных результатов, полученных разными методами, чем подтверждена адекватность разработанной модели упругого удара тел вращения при наличии на поверхности одного из них особой точки.

**Ключевые слова:** удар, особая точка, теория Г. Герца, интегральное уравнение, апроксимация Ateb-функций.

The integral equation of the impact force of two elastic bodies of revolution, one of which has a singular point on the contact surface, where the curvature of the limiting surface is infinite, is compiled and reduced to a dimensionless form. In formulating the problem of dynamic compression of bodies the assumptions, introduced by G. Hertz when developing his own theory of quasistatic impact of solids, and the well-known solution of the axisymmetrical static contact problem of the theory of elasticity, constructed by I. Ya. Shtaerman, are used. By the method of successive approximations, after three iterations, an approximate solution to the integral equation of the impact force is obtained and is presented in the form of a power series. This series is reduced to a closed form by the approximate Shanks method, which results in a compact analytical solution of the impact problem is obtained. It is convenient for engineering calculations and describes the change in time of the impact force and the processes of compressing and unclenching of bodies. Compact formulas are also obtained for calculating the maximums of the impact force and the approach of the centers of mass of the bodies, as well as formulas for calculating the durations of the dynamic compression process and the entire impact. In order not to go beyond the limits of the elastic statement of the problem, it is recommended to use the theory presented at low speeds of collision of bodies (up to 5 m/s). The main emphasis in the work is on the formulation and solution of the integral equation by analytical methods rather than numerically. The high accuracy of the solution obtained is confirmed by small deviations of the results to which it leads from the results of numerical integration of the shock equation on a computer. The relative error does not exceed 0.5 %. It is shown that the obtained formulas can also be used to approximate periodic Ateb-functions through which the exact solution to this impact problem is expressed. Approximate solutions serve as a good approximation of these special functions in the first quarter of their period. Examples of calculations are given, with a discussion of the results obtained, and comparisons are made with the numerical data of other publications. The correspondence of numerical results obtained by different methods is established, which confirms the relevance of the developed model of elastic impact of bodies of revolution in the presence of a singular point on the surface of one of them.

**Key words:** shock, singular point, G. Hertz theory, integral equation, approximation of the Ateb-function.

УДК 534.1:539.3

**В. П. ОЛЬШАНСЬКИЙ, С. В. ОЛЬШАНСЬКИЙ**

## ПРО ОБМЕЖЕНУ ТРИВАЛІСТЬ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ОСЦИЛЯТОРА З НЕЛІНІЙНО В'ЯЗКИМ ОПОРОМ

Показано, що при дії сили степеневно-нелінійного в'язкого опору лінійно пружний осцилятор може мати область застою вільних коливань, як і при дії сили сухого тертя Кулона. Тоді, отримавши задане початкове відхилення від положення рівноваги, такий осцилятор здійснює обмежену кількість розмахів, тобто його вільні коливання проходять на скінченному проміжку часу, що зазвичай спостерігається на практиці. В цьому принципова відмінність коливань розглянутого нелінійного осцилятора від класичного дисипативного лінійного, де вільні затухаючі коливання тривають у часі до нескінченності, бо відсутня область застою. З'ясовано умови, коли сила нелінійного в'язкого опору призводить до появи області застою. Наведено приклади розрахунків вільних коливань і проведено порівняння результатів, одержаних різними способами.

**Ключові слова:** вільні коливання, нелінійно-в'язке тертя, можливість застою коливань, метод енергетичного балансу.

Показано, что при действии силы степенного нелинейного вязкого сопротивления линейно упругий осцилятор может иметь область застоя свободных колебаний, как и при действии силы сухого трения Кулона. Тогда, получив заданное начальное отклонение от положения равновесия, такой осциллятор совершает ограниченное количество размахов, то есть его свободные колебания происходят на конечном промежутке времени, что обычно наблюдается на практике. В этом принципиальное отличие колебаний рассматриваемого нелинейного осциллятора от классического диссипативного линейного, где свободные колебания продолжают до бесконечности, поскольку отсутствует область застоя. Определены условия, когда сила нелинейного вязкого сопротивления приводит к появлению области застоя. Приведены примеры расчетов свободных колебаний и проведено сравнение результатов, полученных разными способами.

**Ключевые слова:** свободные колебания, нелинейно-вязкое трение, возможность застоя колебаний, метод энергетического баланса.

It is shown that under the action of the force of nonlinear viscous resistance, a linearly elastic oscillator can have a stagnation region of free oscillations, as under the action of the Coulomb's dry friction force. Then, having received a given initial deviation from the equilibrium position, such an oscillator performs a limited number of swings, i. e., its free oscillations occur over a finite period of time, which is usually observed in practice. This is the fundamental difference between the oscillations of the considered nonlinear oscillator and the classical dissipative linear one, where free oscillations continue infinitely, since there is no stagnation region. The conditions are determined when the force of nonlinear viscous resistance leads to the appearance of a stagnation region. Examples of calculations of free oscillations are given and the results obtained by applying different methods are compared.

**Key words:** free oscillations, nonlinear-viscous friction, the possibility of stagnation of oscillations, the energy balance method.

I. I. PERSHYNA, I. A TOKMAKOVA

## OPTIMAL CHOICE OF PLANES FOR PLACING TOMOGRAMS IN COMPUTED TOMOGRAPHY

The solution of the problem of reconstructing the internal structure of a three-dimensional body by the known tomograms produced by a computer tomograph using interflattation of functions and blending approximation is proposed. The known methods of approximating functions of one and two variables by interpolation type piecewise constant splines using means and medians are also considered. The paper presents an algorithm for optimizing the choice of the planes in which the tomograms produced by a computer tomograph are placed. The case is considered when all the tomograms are parallel to each other. The algorithm developed uses approximations of objects by classical piecewise constant splines. The internal structure of a three-dimensional body (density or absorption coefficient) is assumed to be given by a function of three variables of the form  $h(x, y, z) = f(x)g(y, z)$ , where  $g$  is an arbitrary function, provided that  $f$  is a monotone function on a closed segment. The method of optimal choice of the planes for placing the tomograms is implemented using MathCad computer software.

**Key words:** tomograms, piecewise constant splines, interflattation, blending approximation.

Представлено розв'язок задачі відновлення внутрішньої структури тривимірного тіла за відомими томограмами, що поступають з комп'ютерного томографу, за допомогою інтерфлетатції функцій та мішаної апроксимації. Розглянуто також відомі методи наближення функцій однієї та двох змінних кусково-сталими сплайнами інтерполяційного типу, з використанням середніх та медіан. В статті пропонується алгоритм оптимізації вибору площин, на яких розміщені томограми, що поступають з комп'ютерного томографу. Розглядається випадок, коли всі томограми паралельні одна одній. Запропонований алгоритм використовує наближення об'єктів класичними кусково-сталими сплайнами. При побудові алгоритму істотно використовується припущення про те, що внутрішня структура тривимірного тіла (щільність або коефіцієнт поглинання) є функцією від трьох змінних вигляду  $h(x, y, z) = f(x)g(y, z)$ , де  $g$  – довільна функція, при умові, що  $f$  – монотонна функція на замкнутому відрізку. Представлена чисельна реалізація методу оптимального вибору площин, на яких лежать томограми, в системі комп'ютерної математики MathCad.

**Ключові слова:** томограма, кусково-сталі сплайни, інтерфлетатція, мішана апроксимація.

Представлено решение задачи восстановления внутренней структуры трехмерного тела по известным томограммам, поступающим от компьютерного томографа, с помощью интерфлетации функций и смешанной аппроксимации. Рассмотрены также известные методы приближения функций одной и двух переменных кусочно-постоянными сплайнами интерполяционного типа, с использованием средних и медиан. В статье предлагается алгоритм оптимизации выбора плоскостей, на которых размещены томограммы, поступающие от компьютерного томографа. Рассматривается случай, когда все томограммы параллельны друг другу. Предложенный алгоритм использует приближения объектов классическими кусочно-постоянными сплайнами. При его разработке существенно используется предположение о том, что внутренняя структура трехмерного тела (плотность или коэффициент поглощения) является функцией от трех переменных вида  $h(x, y, z) = f(x)g(y, z)$ , где  $g$  – произвольная функция, при условии, что  $f$  – монотонная функция на замкнутом отрезке. Представлена численная реализация метода оптимального выбора плоскостей, на которых лежат томограммы, в системе компьютерной математики MathCad.

**Ключевые слова:** томограмма, кусочно-постоянные сплайны, интерфлетация, мешаная аппроксимация.

УДК 629.7.05:531.38

Ю. А. ПЛАКСИЙ, І. О. ГОМОЗКОВА

## АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ АЛГОРИТМА ОРІЄНТАЦІЇ Р. МІЛЛЕРА НА ЧОТИРЬОХЧАСТОТНІЙ ЕТАЛОННІЙ МОДЕЛІ ОБЕРТАННЯ ТВЕРДОГО ТІЛА

Запропоновано нове аналітичне представлення компонент кватерніона орієнтації твердого тіла у вигляді алгебраїчної суми добутків тригонометричних функцій кутів, що одночасно змінюються у часі. З оберненого кватерніонного кінематичного рівняння отримані аналітичні вирази для компонент вектора кутової швидкості, що відповідають такому обертовому руху. Для задачі оцінювання точності алгоритмів безплатформеної орієнтації сформовано еталонну модель обертання, яка включає аналітичні вирази для ідеальних сигналів датчиків кутової швидкості у вигляді квазікоординат. Для декількох наборів частот отримано чисельні реалізації еталонної моделі, побудовані траєкторії в конфігураційному просторі параметрів орієнтації. Проведено чисельний аналіз похибки дрейфу для алгоритму орієнтації четвертого порядку з використанням у якості проміжних параметрів компонент вектора орієнтації, приріст якого на такті обчислюється алгоритмом Р. Міллера при різних значеннях коефіцієнтів. Показано, що алгоритм Р. Міллера з новим набором коефіцієнтів забезпечує меншу накопичену похибку дрейфу у порівнянні з традиційним алгоритмом і оптимізованим під конічний рух.

**Ключові слова:** кватерніон, еталонна модель, тестовий рух, квазікоординати, траєкторії в конфігураційному просторі, алгоритм орієнтації, похибка дрейфу.

Предложено новое аналитическое представление компонент кватерниона ориентации твердого тела в виде алгебраической суммы произведений тригонометрических функций углов, одновременно изменяющихся во времени. Из обращенного кватернионного кинематического уравнения получены аналитические выражения для компонент вектора угловой скорости, которые отвечают такому вращательному движению. Для задачи оценивания точности алгоритмов безплатформенной ориентации сформирована эталонная модель, которая включает аналитические выражения для идеальных сигналов датчиков угловой скорости в виде квазикоординат. Для нескольких наборов частот получены численные реализации эталонной модели, построены траектории в конфигурационном пространстве параметров ориентации. Проведен численный анализ погрешности дрейфа для алгоритма ориентации четвертого порядка с использованием в качестве промежуточных параметров компонент вектора ориентации, приращение которого на такте вычисляется алгоритмом Р. Миллера при разных значениях коэффициентов. Показано, что алгоритм Р. Миллера с новым набором коэффициентов обеспечивает меньшую накопленную погрешность дрейфа по сравнению с традиционным алгоритмом и оптимизированным под коническое движение.

**Ключевые слова:** кватернион, эталонная модель, тестовое движение, квазикоординаты, траектории в конфигурационном пространстве, алгоритм ориентации, погрешность дрейфа.

A new analytical representation of the rigid body orientation quaternion components in the form of an algebraic sum of products of trigonometric functions of angles that simultaneously change in time is proposed. From the inverted quaternion kinematic equation, analytical expressions for the components of the angular velocity vector are obtained, which correspond to such rotational motion. For the problem of error analysis of SINS orientation algorithms, a reference model has been formed that includes analytical expressions for ideal signals of angular velocity sensors in the form of quasi-coordinates. For several sets of frequencies, numerical implementations of the reference model were obtained, trajectories in the configuration space of orientation parameters were constructed. A numerical analysis of the drift error for the fourth-order orientation algorithm was performed using the components of the orientation vector as intermediate parameters, the increment of which is calculated by the R. Miller algorithm for various values of coefficients. It is shown that the R. Miller algorithm with a new set of coefficients provides a smaller accumulated drift error compared with the traditional algorithm and one optimized for conical motion.

**Key words:** quaternion, reference model, test motion, quasicordinates, trajectories in configuration space, algorithm of orientation, drift error.

*T. S. POLYANSKAYA, O. O. NABOKA*

## NUMERICAL SOLUTION OF A SINGULAR INTEGRAL EQUATION WITH THE HILBERT KERNEL BY THE METHOD OF DISCRETE SINGULARITIES

In the paper the method of discrete singularities is used for constructing a discrete mathematical model of a first kind singular integral equation with the Hilbert kernel in the case when the auxiliary conditions introduced to ensure the uniqueness of solution to the equation are given by functionals. The existence of the unique solution to the discrete model is proved and the rate of convergence of the solution of the discrete problem to the exact solution of the initial singular integral equation is estimated under some smoothness assumptions.

**Key words:** singular integral equations, method of discrete singularities, Hilbert kernel, discrete model.

На основі методу дискретних особливостей побудовано дискретну математичну модель сингулярного інтегрального рівняння першого роду з ядром Гільберта у випадку, коли додаткова умова, що дозволяє отримати єдиний розв'язок цього рівняння, є функціонал. Доведена однозначна розв'язність дискретної моделі і дана оцінка швидкості збіжності розв'язку дискретної задачі до точного розв'язку сингулярного інтегрального рівняння при деяких припущеннях гладкості.

**Ключові слова:** сингулярне інтегральне рівняння, метод дискретних особливостей, ядро Гільберта, дискретна модель.

На основе метода дискретных особенностей построена дискретная математическая модель сингулярного интегрального уравнения первого рода с ядром Гильберта в случае, когда дополнительное условие, позволяющее получить единственное решение этого уравнения, есть функционал. Доказана однозначная разрешимость дискретной модели и дана оценка скорости сходимости решения дискретной задачи к точному решению сингулярного интегрального уравнения при некоторых предположениях гладкости.

**Ключевые слова:** сингулярное интегральное уравнение, метод дискретных особенностей, ядро Гильберта, дискретная модель.

УДК 621.923

*В. И. ПОЛЯНСКИЙ*

## ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ СНИЖЕНИЯ ЭНЕРГОЕМКОСТИ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Предложен новый теоретический подход к раздельному определению составляющих силы резания при точении, обусловленных процессами собственно резания и трения на передней и задней поверхностях режущего инструмента в общей энергоёмкости механической обработки, с использованием экспериментальных данных о тангенциальной и радиальной составляющих силы резания и условном угле сдвига обрабатываемого материала. Это позволило привести в соответствие теорию и практику процесса резания, уточнить теоретические решения, полученные с использованием формулы профессора Зворыкина К. А. для определения условного угла сдвига обрабатываемого материала, и на этой основе установить условия уменьшения энергоёмкости и силы резания. Показано, что при точении резцами из гексанита-Р детали из стали 45 энергоёмкость "чистого" резания значительно превышает предел прочности на сжатие обрабатываемой стали. Это указывает на существование резервов снижения интенсивности трения в зоне резания, а, соответственно, параметров силовой напряжённости резания.

**Ключевые слова:** точение, сила резания, режущий инструмент, плоскость сдвига, трение, прочность.

Запропоновано новий теоретичний підхід до роздільного визначення складових сили різання при точінні, обумовлених процесами "чистого" різання й тертя на передній і задній поверхнях різального інструменту в загальній енергоємності механічної обробки, з використанням експериментальних даних тангенціальної та радіальної складових сили різання й умовного кута зсуву оброблюваного матеріалу. Це дозволило привести у відповідність теорію і практику процесу різання, уточнити теоретичні рішення, отримані з використанням формули професора Зворикіна К. А. для визначення умовного кута зсуву оброблюваного матеріалу, і на цій основі встановити умови зменшення енергоємності та сили різання. Показано, що при точінні різцями з гексаніта-Р деталі зі сталі 45 енергоємність "чистого" різання значно перевищує межу міцності на стиск оброблюваної сталі. Це вказує на існування резервів зниження інтенсивності тертя в зоні різання, а, відповідно, параметрів силової напруженості різання.

**Ключові слова:** точіння, сила різання, різальний інструмент, площина зсуву, тертя, міцність.

A new theoretical approach to the separate determination of the components of the cutting force during turning due to the processes of "clean" cutting and friction on the front and rear surfaces of the cutting tool in the total intensity of machining using the experimental data of the tangential and radial components of the cutting force and the conditional shear angle of the material being processed is proposed. This made it possible to align the theory and practice of the cutting process, clarify the theoretical solutions for which the conditional shear angle of the material being processed is determined using the formula by Professor K. A. Zvorykin, and on this basis establish the conditions for reducing energy intensity and cutting force. It is shown that when turning with hexanit-R cutters on a detail from steel 45, the energy intensity of "clean" cutting significantly exceeds the compressive strength of the steel being worked. This indicates the existence of reserves to reduce the intensity of friction in the re-zone, and, accordingly, the parameters of the power cutting intensity.

**Key words:** turning, cutting force, cutting tool, shear plane, friction, strength.

УДК 004.932

*А. П. ТАРАСЕНКО, С. Н. ТРОХИМЧУК*

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ПОЛИНОРМАЛИЗАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ МНОЖЕСТВА ОДНОТИПНЫХ ОБЪЕКТОВ

В настоящей статье с общетеоретических позиций рассматриваются вопросы, касающиеся определения оператора нормализации изображений множества однотипных объектов и построения соответствующего ему отображения. Предложенный подход построения полинормализатора относится к нелинейным методам цифровой обработки изображений, которые эффективнее традиционных линейных методов и обладают универсальностью. Это указывает на общность в анализе видеoinформации и открывает перспективные направления в дальнейших исследованиях.

**Ключевые слова:** полинормализация, нормализатор, множество однотипных объектов.

У даній статті з загальнотеоретичних позицій розглянуто питання щодо визначення оператора нормалізації зображень множини однотипових об'єктів та побудови відповідного йому відображення. Введено поняття поліномалізатора та отримані результати відносно його формального опису. Доведено ряд тверджень щодо побудови поліномалізатора. Запропонований підхід побудови поліномалізатору відноситься до нелінійних методів цифрової обробки

зображень, які є ефективнішими за традиційні лінійні методи, а також універсальними. Це вказує на спільність в аналізі відеоінформації і відкриває перспективні напрями в подальших дослідженнях.

**Ключові слова:** поліномалізація, нормалізатор, множина однотипових об'єктів.

From general-theoretical positions the questions concerning determination of the operator of normalisation of images of a set of the same type objects and construction of the corresponding mapping are considered. The concept of polynormalizer is introduced and the results concerning its formal description are obtained. A number of the statements on polynormalizer constructions are proved. The approach proposed for creating a polynormalizer belongs to nonlinear methods of digital processing of images which are more effective than traditional linear methods as well as universal. This indicates generality in the analysis of video information and opens perspective directions for further researches.

**Key words:** polynormalization, normalizer, set of the same type objects.

УДК 629.7.017

*В. А. УДОВЕНКО, А. И. ГЛАДЫШЕВ*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ПИЛОТАЖНОМ СТЕНДЕ ПОЛЁТА ЛЁГКОГО ВЕРТОЛЁТА В СПУТНОМ СЛЕДЕ ДРУГОГО ВЕРТОЛЁТА

С помощью моделирования на пилотажном стенде исследуется поведение лёгкого вертолёт в спутном следе тяжёлого вертолёт. Пространственное движение вертолёт рассчитывается в режиме реального времени в рамках нелинейной модели динамики полёта, учитывающей движение фюзеляжа вертолёт как твёрдого тела, динамику несущего и рулевого винтов, маховое движение лопастей винтов. Влияние спутного следа рассчитывается на основе моделей ближнего и дальнего вихревого следа, которые позволяют вычислить возмущающие силы и моменты, действующие на вертолёт в следе. Выполнено моделирование полёта для характерных случаев попадания вертолёт в спутный след другого вертолёт. Результаты моделирования свидетельствуют о значительном влиянии спутного следа на динамику вертолёт.

**Ключевые слова:** вертолёт, пилотажный стенд, моделирование полёта, спутный след, ближний след, дальний след, аэродинамические характеристики, динамика полёта.

За допомогою моделювання на пілотажному стенді досліджується поведінка легкого вертольота у супутньому сліді важкого вертольота. Просторовий рух вертольота розраховується в режимі реального часу у рамках нелінійної моделі динаміки польоту, що враховує рух фюзеляжа як твердого тіла, динаміку несучого та рулевого гвинтів, маховий рух лопатей. Вплив супутнього сліду враховується на основі моделей ближнього та дальнього вихорового сліду, які дозволяють обчислити збурюючі сили та моменти, що діють на вертолёт у сліді. Виконане моделювання польоту для характерних випадків потрапляння вертольота в супутній слід іншого вертольота. Результати моделювання свідчать про значний вплив супутнього сліду на динаміку вертольота.

**Ключові слова:** вертолёт, пілотажний стенд, моделювання польоту, супутній слід, ближній слід, дальній слід, аеродинамічні характеристики, динаміка польоту.

Using piloted simulation, the behavior of a light helicopter in a wake of a heavy helicopter is studied. The spatial motion of the helicopter is calculated in the real time mode within a non-linear model of flight dynamic, taking into account the movement of the fuselage of the helicopter as a solid body, the dynamics of main and tail rotors, flapping movement of rotor blades. The influence of the wake is taken into account on the basis of the models of the near and far vortex wake, which allow calculating the disturbing forces and moments acting on the helicopter in the wake. A flight simulation was performed for typical cases of helicopter falling into a helicopter's wake. The simulation results indicate a significant effect of the wake on the dynamics of the helicopter.

**Key words:** helicopter, piloted simulator, flight simulation, wake, near wake, far wake, aerodynamic characteristics, flight dynamics.

УДК 519.6

*Н. В. ЧЕРЕМСЬКА*

## СПЕКТРАЛЬНИЙ РОЗКЛАД ОДНОГО КЛАСУ НЕСТАЦІОНАРНИХ ВИПАДКОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

В роботі отримано спектральні розклади для нестационарних випадкових послідовностей, у яких при вкладанні в гільбертів простір відповідна послідовність у цьому просторі має зображення  $x_n = A^n x_0$ , за допомогою спектральної теорії несамоспряжених операторів. Ці зображення є аналогом спектральних розкладів стаціонарних випадкових послідовностей, які є суперпозицією станів дискретних осциляторів. В нестационарному випадку для дискретного спектра отримано суперпозицію внутрішніх станів дискретних осциляторів з частотами, які лежать у верхній півплощині, крім того, отримані принципово нові типи спектральних розкладів, коли послідовність зображується у вигляді суперпозиції внутрішніх станів дискретних струн. Також розглянуто перспективи подальших досліджень.

**Ключові слова:** гільбертів простір, нестационарна випадкова послідовність, спектральна теорія несамоспряжених операторів.

В работе получены спектральные разложения для нестационарных случайных последовательностей, у которых при вложении в гильбертово пространство соответствующая последовательность в этом пространстве имеет представление  $x_n = A^n x_0$ , с помощью спектральной теории несамоспряженных операторов. Эти представления являются аналогом спектральных разложений стационарных случайных последовательностей, являющихся суперпозицией состояний дискретных осциляторов. В нестационарном случае для дискретного спектра получена суперпозиция внутренних состояний дискретных осциляторов с частотами, лежащими в верхней полуплоскости, кроме этого, получены принципиально новые типы спектральных разложений, когда последовательность представляется в виде суперпозиции внутренних состояний дискретных струн. Также рассмотрены перспективы дальнейших исследований.

**Ключевые слова:** гильбертово пространство, нестационарная случайная последовательность, спектральная теория несамоспряженных операторов.

In this paper we obtain spectral decompositions for non-stationary random sequences for which, when embedded in a Hilbert space, the corresponding sequence in this space can be represented  $x_n = A^n x_0$  using the spectral theory of non-self-adjoint operators. These representations are analogous to the spectral decompositions of stationary random sequences, which are a superposition of the states of discrete oscillators. In the non-stationary case, for a discrete spectrum, a superposition of the internal states of discrete oscillators with frequencies lying in the upper half-plane is obtained, in addition, fundamentally new types of spectral decompositions are obtained when the sequence is represented as a superposition of the internal states of discrete strings. Also we consider some recommendations for further research.

**Key words:** Hilbert space, non-stationary random sequence, spectral theory of non-self-adjoint operators.

*Н. А. ЧИКИНА, И. В. АНТОНОВА***ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ МЕТОДОМ СКРЫТЫХ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ**

Рассмотрен нестандартный метод анализа и прогнозирования медико-социальных временных рядов – метод скрытых моделей Маркова (СММ). Приведены основные теоретические положения математического аппарата цепей Маркова и СММ, проанализированы ограничения применения метода прогнозирования на основе Марковской модели временного ряда, его преимущества и недостатки. Проверка на стационарность временных рядов проводилась с помощью расширенного теста Дики – Фуллера. Рассмотрена процедура построения скрытой Марковской модели ряда первых разностей и методика получения прогнозного значения. Построена  $3 \times 3$  – модель СММ для первых разностей временного ряда. Скрытые состояния модели получены в результате процедуры кластерного анализа, построен алфавит для их идентификации.

**Ключевые слова:** прогнозирование, временной ряд, стохастические процессы, метод скрытых моделей Маркова, цепи Маркова, динамические байесовские сети.

Розглянуто нестандартний метод аналізу і прогнозування медико-соціальних часових рядів – метод прихованих моделей Маркова (ПММ). Наведено основні теоретичні положення математичного апарату ланцюгів Маркова і ПММ, проаналізовані обмеження застосування методу прогнозування на основі Марківської моделі часового ряду, його переваги та недоліки. Перевірка на стаціонарність часових рядів проводилась за допомогою розширеного тесту Дики – Фуллера. Розглянута процедура побудови прихованої Марківської моделі ряду перших різниць і методика отримання прогнозного значення. Побудована  $3 \times 3$  – модель ПММ для перших різниць часового ряду. Приховані стани моделі отримані в результаті застосування кластерного аналізу, побудований алфавіт для їх ідентифікації.

**Ключові слова:** прогнозування, часовий ряд, стохастичні процеси, метод прихованих моделей Маркова, ланцюги Маркова, динамічні байесовські мережі.

A non-standard method for analyzing and forecasting medical and social time series, namely the Hidden Markov Models method (HMM), is considered. The basic theoretical principles of mathematical apparatus of Markov chains and HMM are presented, the application limitations of forecasting method based on the Markov model of time series, its advantages and disadvantages are analyzed. The time series were tested for stationarity using the Augmented Dickey – Fuller test. The procedure of constructing the Hidden Markov Model for the time series of the first differences and the method for obtaining the predicted value are considered. A  $3 \times 3$  – HMM model for the time series of the first differences is built. The hidden states of the model are obtained as a result of the Cluster Analysis procedure, an alphabet is constructed for their identification.

**Key words:** forecasting, time series, stochastic processes, the Hidden Markov Models method, Markov chains, dynamic Bayesian networks.